



## مدل سازی خشک کردن و بازجذب آب گلابی با استفاده از مدل های مختلف ریاضی

محسن دلوی اصفهان<sup>\*۱</sup>

۱- استادیار گروه علوم و صنایع غذایی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه جهرم، جهرم، ایران.

اطلاعات مقاله	چکیده
تاریخ های مقاله : تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۶	با کنترل شرایط خشک کردن و هیدراتاسیون نمونه می توان خواص بازسازی بهینه را به دست آورد. بنابراین، مدل های ریاضیاتی که سینتیک خشک شدن و هیدراتاسیون را توصیف می کنند، در طراحی و بهینه سازی فرایند بازسازی محصولات خشک مهم هستند. در این مطالعه، روند خشک شدن برش های گلابی در ۵ درجه حرارت مختلف مورد بررسی قرار گرفت و مقدار ضریب انتشار موثر نمونه ها تعیین شد. داده های خشک کردن با ۹ مدل ریاضی نیز برازش شدند. فرآیند هیدراتاسیون نمونه های خشک شده در دمای ۵۰ درجه سانتیگراد نیز با ۴ مدل مختلف برازش شد. نتایج نشان داد که ضریب انتشار موثر با افزایش دما روند افزایشی دارد و وابستگی دمایی آن را می توان با معادله آرنیوس پیش بینی کرد. از بین مدل های ریاضی دو مدل <b>Weibull</b> و <b>Logarithmic</b> در پیش بینی تغییرات رطوبت نمونه در هنگام خشک شدن از سایر مدل ها بهتر بودند و بهترین مدل برای فرآیند هیدراتاسیون مدل <b>Peleg</b> بود. در آخرین گام، وابستگی ثابت های این معادلات به دما با مدل های آرنیوس و واپاشی نمایی برازش شدند.
کلمات کلیدی: خشک کردن، رئیدراسیون، گلابی، مدل سازی.	
DOI: 10.52547/fsct.18.119.157	
*مسئول مکاتبات: dalvi@jahromu.ac.ir	

## ۱- مقدمه

سبزیجات و میوه ها حاوی مواد مغذی مهمی هستند که نقش مهمی در سلامت انسان بازی می کنند. از آنجا که میوه ها و سبزیجات به صورت فصلی کشت می شوند و دارای محتوای آب زیادی هستند، به شدت مستعد فساد هستند. اگرچه روش های مختلفی برای نگهداری آنها در طول سال توسعه داده شده است، خشک کردن همچنان به عنوان یکی از بهترین تکنیک ها شناخته می شود [۱].

گلابی ها *Pyrus communis L.* از خانواده *Rosaceae* هستند و میوه ای است که به دلیل عطر و طعم خاص، تردی و شیرینی آن بسیار مورد توجه قرار گرفته است. بیشتر گلابی ها به صورت تازه و یا به صورت انواع فرآوری شده از جمله پوره، آب میوه، مربا و یا خشک مورد استفاده قرار می گیرند [۲]. مطالعات زیادی در زمینه خشک کردن واریته های مختلف گلابی وجود دارد، برای مثال Park و همکاران (۲۰۰۳) دو روش خشک کردن طبیعی و خشک کردن اسمزی را در واریته 'd'Anjou' بررسی کردند [۳]. در مطالعه دیگری Doymaz و İsmail (۲۰۱۲) به مطالعه اثر دما در محدوده ۵۵-۷۵ بر روی واریته 'Deveci' پرداختند و نشان دادند با افزایش دما، سرعت خشک کردن کاهش نشان می دهد [۴]. در مطالعه دیگری Antal و همکاران (۲۰۱۷) به مطالعه بررسی خصوصیات فیزیکی شیمیایی گلابی خشک شده تحت خشک کن مادون قرمز، خشک کن انجمادی و خشک کن ترکیبی پرداختند [۲]. اثر خشک کردن گلابی تحت امواج متناوب مایکروویو تحت خلا بر روی گلابی نیز توسط Taskin و همکاران (۲۰۱۹) گزارش شده است [۵]. این محققین نشان دادند که با افزایش توان مایکروویو، سرعت خشک کردن و انرژی مصرفی سیستم افزایش و شاخص روشنایی (L) کاهش نشان می دهد. Amiripour و همکاران (۲۰۱۵) به بررسی بهینه سازی خشک کردن گلابی در یک سیستم دو مرحله ای (اسمزی- خشک کردن تحت خلاء) با روش سطح پاسخ پرداختند تا بتوانند نمونه ای با حداقل رطوبت و چروکیدگی دست یابند [۶].

اکثر محصولات خشک شده معمولاً قبل از استفاده مجدد

خیسانده می شوند و سرعت و مقدار باز جذب آب در این مرحله به عنوان یک شاخص کیفی مهم در کیفیت محصولات خشک شده شناخته می شود. به منظور بهینه سازی فرایند بازسازی مواد خشک، کنترل دقیق فرایند خشک کردن و خیساندن از اهمیت بالایی برخوردار است و بدین منظور می توان از مدل های ریاضی بهره جست. مدل های ریاضی سینتیک خشک کردن و خیساندن ابزارهای مهمی هستند که امکان بهینه سازی و مدیریت پارامترهای عملیاتی و پیش بینی عملکرد سیستم را فراهم می نمایند [۷].

مدل های ریاضی خشک کردن و خیساندن معمولاً در سه دسته اصلی، نظری، تجربی و نیمه تجربی قابل طبقه بندی هستند. در مدل های نظری، مقاومت خارجی و داخلی در برابر انتقال رطوبت در نظر گرفته می شود و پارامترهایی چون هندسه (شکل) ماده خشک شونده و ضریب انتشار ماده غذایی در این مدل ها لحاظ می شود. مدل های نظری اگرچه رفتار فرایند را به خوبی توضیح می دهند و می توانند در همه شرایط فرایند مورد استفاده قرار گیرند ولی فرضیاتی که در توسعه این مدل ها لحاظ می شود می تواند باعث خطاهای قابل توجهی شوند [۸]. بیشتر مدل های نظری از قانون دوم انتشار (فیک) مشتق می شوند. ولی مدل های نیمه نظری از شکل ساده شده قانون دوم فیک و یا قانون سرمایش نیوتن حاصل شده اند. مدل های تجربی نیز دارای ویژگی های مشابه با مدل های نیمه نظری هستند. اگرچه این مدل ها به دلیل استفاده از داده های تجربی، آسان تر بوده و در ضمن به فرضیات کمتری نیز نیاز دارند، ولی بزرگترین عیب آنها وابستگی شدید به شرایط آزمایشی بکارگرفته شده است و در ضمن اطلاعات محدودی در مورد رفتار و مکانیسم فرایند در اختیار قرار می دهند [۹].

با وجود در اختیار بودن اطلاعات نسبتاً زیادی در زمینه خشک کردن میوه ها، اطلاعات بسیار کمی در خصوص خشک کردن و باز جذب آب در گلابی بخصوص گونه سیبری در منابع وجود دارد. این رقم بیشتر در منطقه اصفهان کشت می شود و به دلیلی حساسیت بالای این رقم به آسیب مکانیکی بخش قابل توجهی از این میوه قبل از مصرف مستقیم از بین می رود. در این مطالعه به بررسی مدل سازی سینتیک خشک کردن و باز جذب آب گلابی

تعیین شد [۱۱]. برای مطالعه اثر دما بر تغییرات ضریب انتشار رطوبت در نمونه از معادله آرنیوس استفاده شد (معادله ۲).

$$MR = \frac{W_t - W_e}{W_0 - W_e} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{2n+1} \right) \exp \left( - \frac{(2n-1)^2 \pi^2 D_{eff} t}{4l_0^2} \right) \quad (1)$$

$$D_{eff} = D_0 \exp \left( \frac{-E_a}{RT} \right) \quad (2)$$

## ۲-۴- مدل سازی ریاضی خشک کردن و باز جذب آب برآورد ضرایب ثابت مدل‌های نیمه نظری و تجربی

برای مدل‌سازی خشک کردن از ۹ مدل مختلف تجربی و نیمه نظری و برای مدل‌سازی بازجذب آب از ۴ مدل تجربی استفاده شد. نام مدل و معادله آنها در جدول (۱) و (۲) به ترتیب آورده شده است. مقادیر ضرایب ثابت مدل‌های مورد مطالعه با استفاده از داده های آزمایشگاهی مربوط به سینتیک خشک کردن و سینتیک بازجذب آب نمونه گلابی بدست آمده در دماهای مختلف هوای خشک کن و دمای مختلف در حین بازجذب به کمک ابزار برازش منحنی در نرم افزار MATLAB برآورد گردید. وابستگی دمایی ضرایب بهترین مدل‌های خشک کردن (لگاریتمی، ویبال) و مدل بازجذب آب (پلگ) با استفاده از رابطه ۳ و ۴ تعیین شد [۸].

$$\delta(T) \text{ or } k \text{ or } A_1 = a \cdot \exp(-bT) \quad (3)$$

$$\ln[\delta(T)] \text{ or } \ln[k(T)] \text{ or } \ln[A_1(T)] = C_0 + \frac{C_1}{T} \quad (4)$$

## ۲-۵- سرعت خشک کردن و بازجذب آب

Pehlivan و Toğrul (۲۰۰۳)، نشان دادند که سرعت خشک شدن را می توان در قالب یک معادله چند جمله ای درجه دو (معادله ۵) و یا یک معادله توانی<sup>۳</sup> (معادله ۶) توصیف کرد [۱۲]. رابطه ۷ که از معادله پلگ مشتق شده است برای بررسی سرعت بازجذب آب در محصولات خشک شده پیشنهاد شده است [۱۳].

$$\frac{dW}{dt} = a + bt + ct^2 \quad (5)$$

با مدل های نیمه نظری و تجربی به عنوان تابعی از دمای فرایند پرداخته می‌شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- آماده سازی نمونه و تعیین رطوبت اولیه

نمونه گلابی، رقم سیبری تا قبل از آزمایش در یخچال (۵ درجه سانتیگراد) نگهداری شد. گلابی ها ابتدا با آب شستشو شده، سپس پوست و هسته آنها گرفته شد و با چاقو به مکعبی با ضخامت ۱۰ میلیمتر برش داده شدند. رطوبت اولیه نمونه با استفاده از روش آن‌گذاری (Memmert, Schwabach, Germany) در دمای ۸۰ درجه سانتیگراد تا رسیدن به وزن ثابت تعیین شد.

### ۲-۲- خشک کردن نمونه و بازجذب آب

نمونه‌های گلابی با استفاده از یک خشک کن همرفت هوای گرم با سرعت ثابت ۱ متر بر ثانیه خشک شدند. تغییرات میزان رطوبت در فواصل زمانی ۳ دقیقه در طی فرآیند خشک شدن ثبت شد تا منحنی های خشک شدن نمونه در ۵ دمای مختلف (۳۰-۴۰-۵۰-۶۰ و ۷۰ درجه سانتیگراد) تعیین شوند. مجموعه داده های تجربی در سطوح مختلف دما، به شکل تغییرات نسبت رطوبت (MR)<sup>۲</sup> در برابر زمان بیان شد. نمونه های خشک در دمای ۵۰ درجه سانتیگراد با غوطه وری در یک حمام آب با نسبت آب به میوه (۱۰:۱) در سه دمای کنترل شده، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ درجه سانتیگراد جذب آب مجدد کردند. در فواصل زمانی مشخص، نمونه های گلابی را از مایع خارج کرده، با دستمال کاغذی آب سطحی جذب شده و سپس عمل توزین انجام شد. تمام آزمایشات سه بار تکرار شد و میانگین سه تکرار برای هر تیمار گزارش شد [۱۰].

### ۲-۳- تعیین ضریب دیفوزیون (انتشار)

برای تعیین میزان ضریب نفوذ موثر رطوبت از رابطه (۱) استفاده شد، بدین منظور لگاریتم نسبت رطوبت (MR) در برابر زمان رسم و با استفاده از شیب خط، مقدار ضریب نفوذ حرارتی

Table 2. Mathematical models applied to the rehydration curves

No	Model	Analytical Expression
1	Peleg	$W = W_0 + \frac{t}{A_1 + A_2 t}$
2	Pilosofo-Boquet	$W = W_0 + \frac{A_3 t}{1 + A_4 t}$
3	Singh-Kulshrestha	$W = W_0 + \frac{A_5 A_6 t}{1 + A_6 t}$
4	Wesolowski	$\frac{W}{Wd} = A(B - e^{-Ct})$

### ۳- نتایج و بحث

شکل (۱) سینتیک تغییرات میزان رطوبت در حین خشک کردن در دماهای مختلف را نشان می‌دهد، همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب نمودار در ابتدا تند و به دنبال آن کاهش قابل توجه در سرعت خشک کردن مشاهده می‌شود (مجانب افقی). این رفتار به دلیل افت قابل توجه رطوبت در بخش‌های داخلی نمونه و کاهش انتقال رطوبت به سطح نمونه رخ می‌دهد [۴]. شکل (۲)، تغییرات ضریب انتشار به عنوان تابعی از درجه حرارت را نشان می‌دهد که از حل معادله (۱) به دست می‌آید. همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش درجه حرارت، مقدار ضریب انتشار نمونه افزایش یافته است، به طوری که مقدار عددی این ضریب در دمای ۳۰ درجه  $3.04 \times 10^{-10}$  و در دمای ۷۰ درجه به  $2.03 \times 10^{-9}$  (متر مربع بر مجذور ثانیه) افزایش یافته است. این مقادیر با نتایج ارایه شده توسط Erbay و Icier (۲۰۱۰) همخوانی دارد، این محققین نشان دادند که مقدار ضریب انتشار موثر در محصولات غذایی در محدوده بین  $10^{-10}$  -  $10^{-8}$  قرار دارد [۸]. Doymaz و Ismail (۲۰۱۲) نیز میزان ضریب انتشار رطوبت گلابی را در محدوده بین  $2/18 \times 10^{-10}$  -  $0/85 \times 10^{-10}$  گزارش کردند [۴]. در ضمن همان‌طور که در بخش مواد و روش‌ها توضیح داده شد، به منظور بررسی اثر دما بر ضریب انتشار موثر از مدل آرنیوس استفاده شد [۱۵]. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود در مجموع، همبستگی قابل قبولی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج

$$\frac{dW}{dt} = aW^b \quad (6)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{A_1}{(A_1 + A_2 t)^2} \quad (7)$$

### ۲-۶ تجزیه و تحلیل آماری

دو معیار آماری، ضریب تبیین ( $R^2$ ) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برای ارزیابی تناسب بین مدل با داده‌های تجربی (آزمایشی) مورد استفاده قرار گرفت [۱۴].

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (W_{pre,i} - W_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^N (W_{pre,i} - W_{pre,i})^2} \quad (8)$$

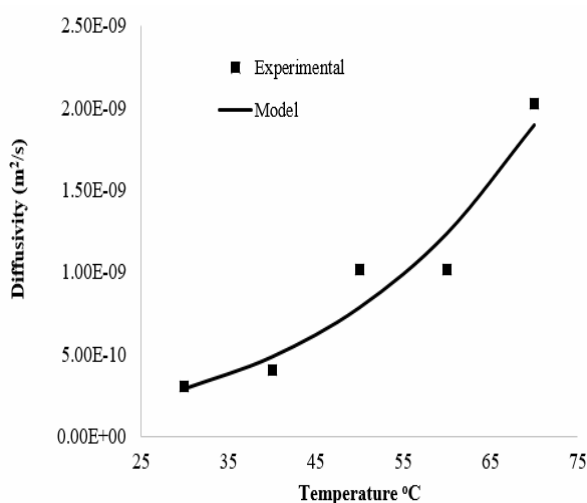
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (W_{exp,i} - W_{pre,i})^2}{N}} \quad (9)$$

در روابط بالا  $W_{pre,i}$  و  $W_{exp,i}$  به ترتیب رطوبت بر حسب ماده خشک پیش بینی شده توسط مدل‌ها و رطوبت آزمایشی و N تعداد داده‌ها می‌باشد.

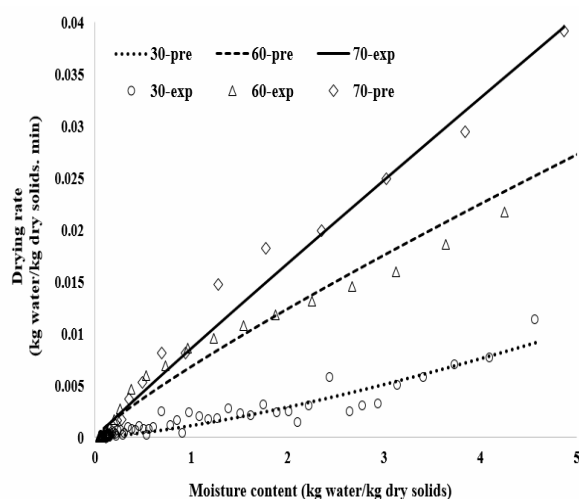
Table 1 Mathematical models applied to the drying curves

No	Model	Analytical Expression
1	Henderson and Pabis	$MR = a \exp(-kt)$
2	Newton	$MR = \exp(-kt)$
3	Page	$MR = \exp(-kt^n)$
4	Wang and Singh	$MR = at^2 + bt + 1$
5	Logarithmic	$MR = a \exp(-kt) + c$
6	Modified Page	$MR = \exp[(-kt)^n]$
7	Thompson	$t = a[\ln(MR)^2] + b \ln(MR)$
8	Weibull	$MR = 10^{\left[-\left(\frac{t}{\delta T}\right)^n\right]}$
9	Kemp	$W = y_0 + at + bt^2 + ct^3$

4. Root mean square error



**Fig 2** Temperature dependence of moisture diffusivity expressed by Arrhenius type equation

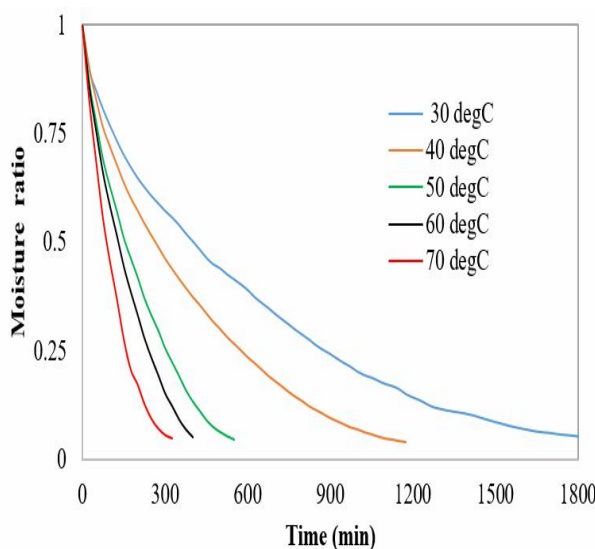


**Fig 3** Comparison of drying rate determined by experimentation and prediction using the Equation (6)

نتایج مشابهی توسط Guiné و همکاران (۲۰۰۷) در خشک شدن ورقه های گلایی که با خشک کن خورشیدی خشک شده بودند، گزارش شده است [۱۶]. معادله (۷) که از معادله پلگ استخراج شده است نتوانسته است سرعت بازجذب آب در نمونه را به خوبی پیش بینی نماید که شاید مربوط به نشست مواد جامد در حین خیساندن باشد که تغییرات وزن نمونه را با خطا همراه نموده است این موضوع به خصوص در مورد محصولی چون گلایی که حاوی درصد مواد قندی بالایی است بیشتر محتمل می باشد [۱۷].

مدل (بالای ۹۶٪) وجود دارد. میزان انرژی فعال سازی این واکنش نیز در حدود ۴۱/۹ کیلو ژول بر مول محاسبه شد که در محدوده بین ۱۲-۱۱۰ کیلو ژول بر مول برای مواد غذایی قرار می گیرد.

در گام بعدی این تحقیق میزان سرعت خشک کردن نمونه ها محاسبه شد، شدت این تغییرات در شکل (۳) نشان داده شده است. همان طور که انتظار می رفت با افزایش درجه حرارت خشک کن، سرعت خشک شدن نمونه ها افزایش یافته است (به منظور افزایش وضوح تصویر، داده های سرعت خشک شدن صرفاً در سه دمای ۳۰، ۶۰ و ۷۰ درجه سانتیگراد نشان داده شده است) نتایج مشابهی در مورد سایر محصولات نیز گزارش شده است [۲ و ۱۰]. سرعت خشک کردن نمونه ها با معادلات (۵) و (۶) و سرعت جذب آب نمونه با استفاده از معادله (۷) پیش بینی شدند. نتایج نشان داد که معادله (۶) نسبت به معادله (۵) بهتر می تواند تغییرات سرعت خشک شدن نمونه های گلایی را نشان دهد. این نتایج به صورت کمی و در قالب دو پارامتر آماری ضریب تبیین و ریشه میانگین مربعات خطا در جدول ۲ و برای دماهای مختلف نشان داده شده است.



**Fig 1** Variation of moisture ratio with drying time for different temperatures

**Table 3** Results of statistical analysis on the modeling of dehydration and rehydration rate as a function of temperature

Equation	Temp. °C	Constant	R <sup>2</sup>	RMSE
<b>Dehydration</b>				
$\frac{dW}{dt} = aW^b$	30	a=0.0011- b= 1.387	0.853	0.089
	40	a= 0.0016- b= 1.396	0.945	0.009
	50	a= 0.0047- b= 0.990	0.973	0.008
	60	a= 0.0068- b= 0.860	0.973	0.012
	70	a= 0.0086- b= 0.963	0.979	0.013
$\frac{dW}{dt} = a + bt + ct^2$	30	a=0.00753- b=-9.08664E-6- c=2.9102E-9	0.783	0.011
	40	a= 0.01226- b= -1.75286E-5- c= 6.05571E-9	0.843	0.033
	50	a= 0.01617- b= -2.73917E-5- c= 1.04388E-8	0.840	0.043
	60	a= 0.02393- b= -6.35581E-5- c= 3.9301E-8	0.933	0.033
	70	a= 0.02902- b= -8.89416E-5- c= 6.12865E-8	0.858	0.038
<b>Rehydration</b>				
$\frac{dW}{dt} = \frac{A_1}{(A_1 + A_2t)^2}$	40	A1=0.203-A2=0.0882	0.809	1.077
	50	A1=0.147-A2=0.0635	0.972	0.348
	60	A1=0.0810-A2=0.0675	0.872	1.358

استفاده شد دو مدل وانگ و سینگ<sup>۵</sup> و مدل میدلی و همکاران<sup>۶</sup> بهترین برازش را نشان دادند [۴]. در مقابل تفاوت چندانی بین مدل های باز جذب آب دیده نمی شود که دلیل آن شاید به فرم و شکل یکسان این مدل ها برمی گردد. برای مثال شکل (۵) مقایسه بین نتایج مدل پلگ و نتایج تجربی را نشان می دهد. نکته دیگری که از جداول می توان مشاهده کرد انطباق کمتر بین نتایج مدل و نتایج آزمایشگاهی در فرایند باز جذب آب در مقایسه با فرایند خشک کردن می باشد که دلایل گوناگونی از جمله نشت مواد جامد از میوه در حین فرایند باز جذب را می توان علت آن دانست [۱۷]. با افزایش دمای سرعت باز جذب رطوبت و میزان رطوبت جذب شده توسط نمونه ها افزایش نشان می دهد، روند مشابهی برای سایر محصولات (شاه بلوط و انجیر خشک) نیز گزارش شده است [۱۹ و ۱۸].

مقدار عددی ضریب A<sub>1</sub> در مدل پلگ با افزایش دما روند کاهشی را نشان می دهد این موضوع نشان دهنده افزایش سرعت جذب با افزایش دما است [۲۰]. میزان این ضریب نشان دهنده میزان

مقادیر ضرایب ثابت نه مدل سینتیک خشک کردن (جدول ۱) و چهار مدل سینتیک باز جذب آب (جدول ۲) مورد مطالعه با استفاده از داده های آزمایشگاهی با استفاده از نرم افزار MATLAB بدست آمد و در جدول (۴ و ۵) گزارش شده است. به منظور تعیین بهترین مدل از دو شاخص آماری ضریب تبیین (معادله ۸) و ریشه میانگین مربعات خطا (معادله ۹) استفاده شد. بر اساس این دو شاخص هر چه قدر ضریب تبیین بیشتر و ریشه میانگین مربعات خطا کمتر باشد، مدل مناسب تری برای توصیف تغییرات سینتیک خشک کردن شناخته می شود [۱]. با توجه به دو شاخص فوق، سه مدل لگاریتمی، پیچ اصلاح شده و ویبال به عنوان بهترین مدل ها شناخته شدند. نمودار مقایسه بین سه مدل فوق و نتایج آزمایشگاهی در دمای ۵۰ درجه سانتیگراد در شکل ۴ نشان داده شده است که حاکی از انطباق خوب بین نتایج پیش بینی شده و نتایج آزمایشگاهی است. همان طور که مشاهده می شود دو مدل پیچ و ویبال در اساس یکی هستند و این تطابق در ضرایب و ثوابت این دو مدل نیز مشاهده می شود. Doymaz و İsmail، ۲۰۱۲، در تحقیق خود بر روی گلابی از بین هفت مدل تجربی و نیمه تجربی که برای برازش منحنی

5. Wang and Singh  
6. Midilli et al.

ماده است و با دما تغییر چندانی نمی‌کند و نتایج این تحقیق نیز مویدهمین موضوع است زیرا میزان تغییرات بسیار بطنی و ناچیز می‌باشد (جدول ۴) [۲۱ و ۲۲].

جذب آب در مراحل اولیه خیساندن است و متقابلاً ضریب  $A_2$  میزان جذب آب در مراحل پایانی فرایند (میزان تعادلی جذب آب) را می‌تواند برآورد کند. بر اساس نظر Solomon (۲۰۰۷) و Turhan و همکاران (۲۰۰۲)، این ضریب ( $A_2$ ) مشخصه هر

Table 4. Results of statistical analysis on the modeling of rehydration

Model	Temp. °C	Constant	R <sup>2</sup>	RMSE
Peleg	40	A1=0.203–A2=0.0882	0.985	0.523
	50	A1=0.147–A2=0.0635	0.987	0.592
	60	A1=0.0810–A2=0.0675	0.974	0.868
Pilosofof-Boquet	40	A3=11.326–A4=2.303	0.979	0.553
	50	A3=15.737–A4=1.200	0.984	0.596
	60	A3=14.815–A4=2.328	0.964	0.861
Singh-Kulshrestha	40	A5=11.327–A6=0.434	0.979	0.552
	50	A5=15.736–A6=0.429	0.984	0.595
	60	A5=14.815–A6=1.200	0.964	0.860
Weslowski	40	A=98.776–B=1.0339–C=0.321	0.987	0.433
	50	A=129.220–B=1.092–C=0.284	0.960	0.944
	60	A=128.443–B=1.0638–C=0.566	0.920	10.23

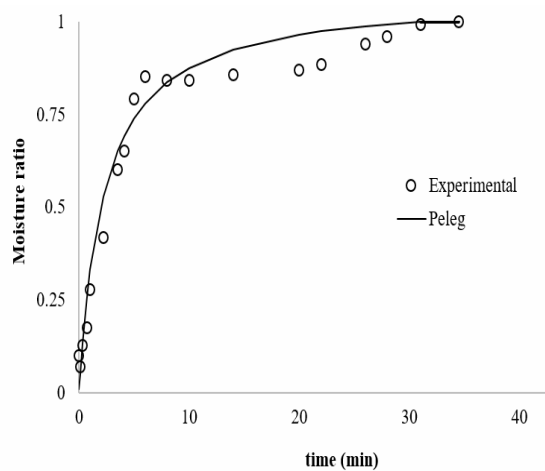


Fig 5 Comparison of moisture ratios determined by experimentation and prediction using the Peleg model at 50 °C

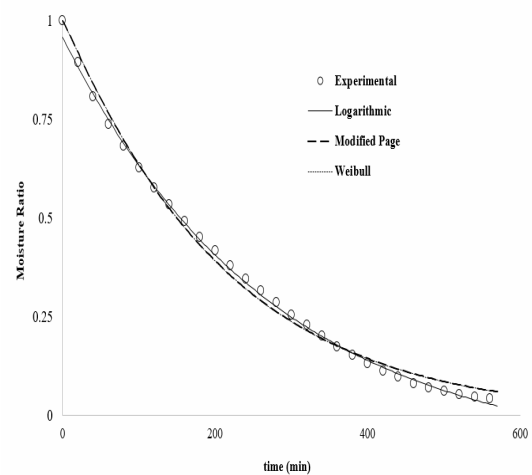


Fig 4 Comparison of moisture ratios determined by experimentation and prediction using the logarithmic and modified Page models at 50 °C

Table 5 Results of statistical analysis on the modeling of dehydration

Model	Temp. °C	Constant	R <sup>2</sup>	RMSE
Henderson and Pabis	30	a=0.9863-k=0.002	0.997	0.338
	40	a=1.0346-k=0.003	0.992	0.045
	50	a=1.1744-k=0.006	0.984	0.061
	60	a=1.2183-k=0.007	0.975	0.067
	70	a=1.125-k=0.01	0.997	0.033
Newton	30	k=0.0016	0.997	0.023
	40	k=0.0026	0.991	0.023
	50	k=0.0052	0.976	0.035
	60	k=0.0066	0.964	0.043
	70	k=0.0093	0.993	0.029
Page	30	k=0.00338 - n=0.8927	0.987	0.020
	40	k=0.00526 - n=0.8886	0.992	0.021
	50	k=0.00528 - n=0.9885	0.989	0.026
	60	k=0.0056 - n=1.0166	0.988	0.027
	70	k=0.00667 - n=1.0567	0.997	0.014
Wang and Singh	30	a=4.00e-07- b=0.0012	0.958	2.806
	40	a=1.00e-06- b=0.0019	0.960	2.604
	50	a=3.00e-06- b=0.0036	0.988	2.307
	60	a=5.00e-06- b=0.0045	0.995	2.154
	70	a=1.00e-05- b=0.0065	0.996	2.491
Logarithmic	30	a=0.94769- k=0.0014- c=-0.02254	0.998	0.013
	40	a=0.9593- k=0.00216- c=-0.0374	0.998	0.012
	50	a=1.06911- k=0.00363- c=-0.1107	0.999	0.009
	60	a=1.13463- k=0.00423- c=-0.16337	0.999	0.006
	70	a=1.06368- k=0.00772- c=-0.0551	0.999	0.010
Modified Page	30	k=0.00164- n=0.9138	0.995	0.018
	40	k=0.00261- n=0.9150	0.995	0.018
	50	k=0.0047- n=1.0477	0.994	0.021
	60	k=0.00581- n=1.1020	0.994	0.020
	70	k=0.00848- n=1.1110	0.999	0.009
Thompson	30	a=-7.4581- b=-431.78	0.972	31.80
	40	a=-21.013- b=-431.78	0.965	20.34
	50	a=-22.328- b=-243.56	0.979	7.765
	60	a=-22.963- b=-202.21	0.992	3.725
	70	a=-6.2553- b=-122.36	0.974	5.032
Kemp et al.	30	y <sub>0</sub> =4.41- a=0.0057- b=2.836- c=-5.20	0.996	0.049
	40	y <sub>0</sub> =5.08- a=-0.0095- b=6.19E-6- c=-1.33E-9	0.996	0.040
	50	y <sub>0</sub> =4.50- a=-0.0123- b=1.07E-5- c=-2.83E-9	0.964	0.062
	60	y <sub>0</sub> = 5.08- a=-0.0215- b=2.78E-5- c=-1.16E-8	0.992	0.030
	70	y <sub>0</sub> = 4.70- a=-0.0234- b=3.70E-5- c=-1.77E-8	0.949	0.064
Weibull	30	δ= 1522.9- n=0.914	0.994	0.017
	40	δ= 952.39- n=0.915	0.994	0.018
	50	δ= 471.00- n=1.048	0.993	0.020
	60	δ= 366.92- n=1.102	0.994	0.020
	70	δ= 249.67- n=1.111	0.998	0.009

است [۲۳]. نتایج نشان دادند که هر دو مدل نمایی و آرنیوس قادرند با درصد اطمینان قابل قبولی تغییرات ضرایب مدل‌ها را به عنوان تابعی از دما پیش بینی نمایند ( $R^2 > 0.98$ ) (شکل ۶، ۷ و ۸).

در گام بعدی این تحقیق به مطالعه اثر دما بر ثوابت یا ضرایب بهترین مدل‌های برازش شده خشک کردن (لگاریتمی و ویبال) و باز جذب آب (پلگ) پرداخته شد. بدین منظور از دو مدل واپاشی نمایی (معادله ۳) و معادله آرنیوس (معادله ۴) استفاده شد که توسط Karacabey و Buzrul (۲۰۱۷) پیشنهاد شده



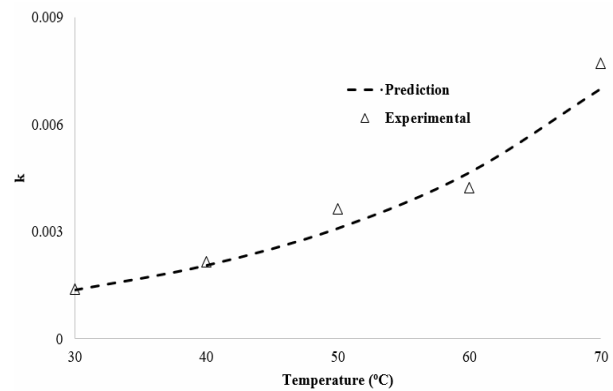
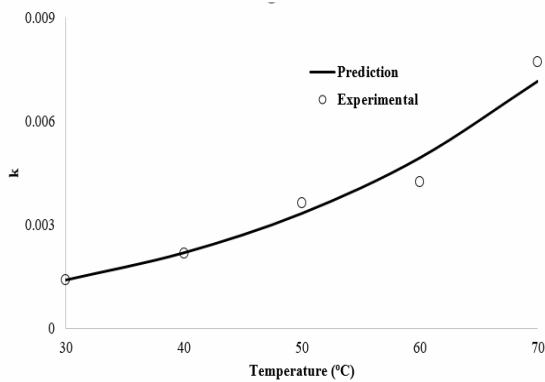


Fig 6 Comparison of logarithmic constant ( $k$ ) determined by experimentation and prediction using equation 3 and 4

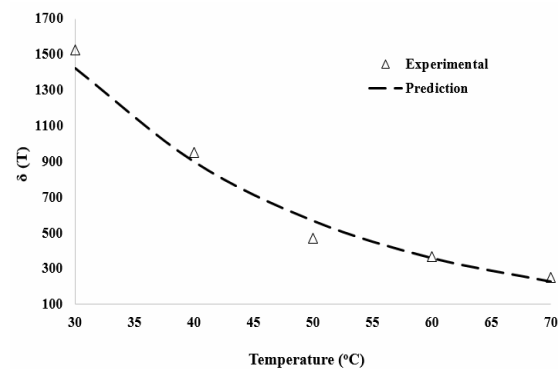
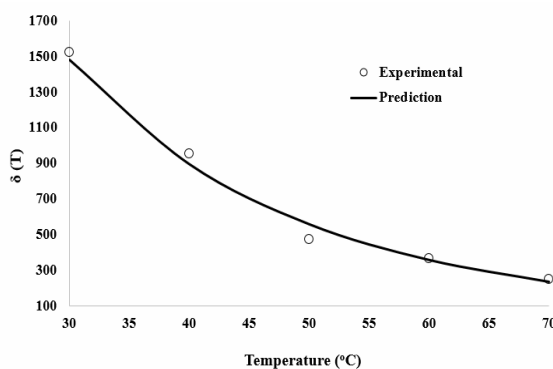


Fig 7 Comparison of Weibull constant ( $\delta$ ) determined by experimentation and prediction using equation 3 and 4

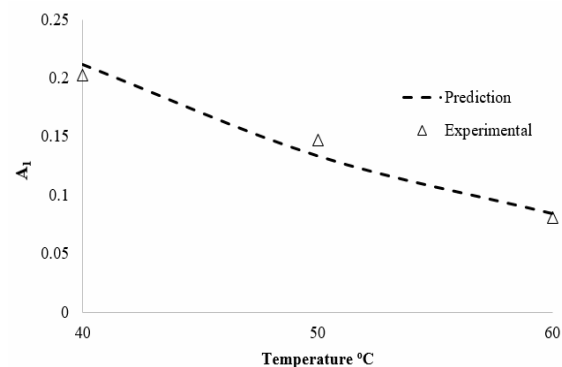
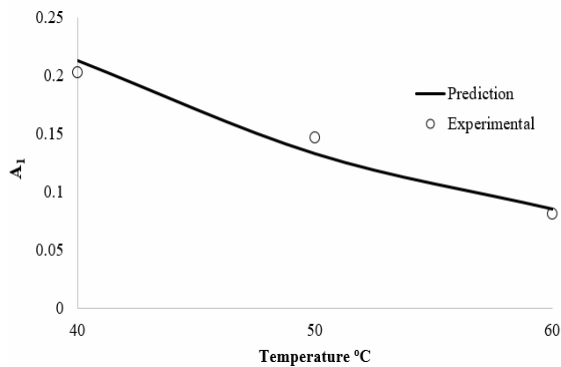


Fig 8 Comparison of Peleg constant ( $A_1$ ) determined by experimentation and prediction using equation 3 and 4

## ۴- نتیجه گیری

تغییرات آن با معادله آرنیوس توصیف شد و میزان انرژی فعال سازی واکنش  $41/9$  کیلو ژول بر مول محاسبه شد. از بین ۹ مدل تجربی و نیمه نظری که برای برازش فرایند خشک شدن در نظر گرفته شده بود، دو مدل لگاریتمی و ویبال بهتر از سایر مدل‌ها قادر به پیش بینی تغییرات رطوبت در حین خشک کردن میوه بودند. بهترین مدلی که قادر به پیش بینی تغییرات بازجذب رطوبت در حین خیساندن بود، مدل پلگ شناخته شد. ضریب  $A_1$  در معادله پلگ با افزایش دما روند کاهشی نشان داد، در

در این مطالعه به مدل سازی خشک کردن و بازجذب آب در محصول گلابی پرداخته شد. نتایج نشان داد که با افزایش دمای خشک‌کن، سرعت خشک شدن سریع‌تر رخ می‌دهد و می‌توان با استفاده از مدل توان به خوبی سرعت خشک شدن نمونه را به عنوان تابعی از میزان رطوبت محصول تخمین زد. ضریب انتشار نمونه نیز با افزایش دما روند افزایشی نشان داد و

- convective drying of fruits: A review. *Journal of Food Engineering*, 223, 152-167.
- [2] Antal, T., Tarek-Tilistyák, J., Cziáky, Z., & Sinka, L. (2017). Comparison of Drying and Quality Characteristics of Pear (*Pyrus Communis L.*) Using Mid-Infrared-Freezing Drying and Single Stage of Freeze Drying %J *International Journal of Food Engineering*, 13(4).
- [3] Park, K. J., Bin, A., & Pedro Reis Brod, F. (2003). Drying of pear d'Anjou with and without osmotic dehydration. *Journal of Food Engineering*, 56(1), 97-103.
- [4] Doymaz, İ., & İsmail, O. (2012). Experimental characterization and modelling of drying of pear slices. *Food Science and Biotechnology*, 21(5), 1377-1381.
- [5] Taskin, O., Polat, A., Izli, N., & Asik, B. B. (2019). Intermittent Microwave-Vacuum Drying Effects on Pears. *Polish Journal of Food and Nutrition Sciences*, 69(1), 101-108.
- [6] Amiripour, M., Habibi-Najafi, M. B., Mohebbi, M., & Emadi, B. (2015). Optimization of osmo-vacuum drying of pear (*Pyrus communis L.*) using response surface methodology. *Journal of Food Measurement and Characterization*, 9(3), 269-280.
- [7] Planinić, M., Velić, D., Tomas, S., Bilić, M., & Bucić, A. (2005). Modelling of drying and rehydration of carrots using Peleg's model. *European Food Research and Technology*, 221(3), 446-451.
- [8] Erbay, Z., & Icier, F. (2010). A Review of Thin Layer Drying of Foods: Theory, Modeling, and Experimental Results. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 50(5), 441-464.
- [9] Onwude, D. I., Hashim, N., Janius, R. B., Nawi, N. M., & Abdan, K. (2016). Modeling the Thin-Layer Drying of Fruits and Vegetables: A Review. *15(3)*, 599-618.
- [10] Dalvi-Isfahan, M. (2020). A comparative study on the efficiency of two modeling approaches for predicting moisture content of apple slice during drying. *43(11)*, e13527.
- [11] Kaya, A., Aydin, O., & Dincer, I. (2007). Numerical Modeling of Forced-Convection Drying of Cylindrical Moist Objects. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 51(9), 843-854.

حالی که ضریب  $A_2$  وابستگی دمایی نشان نداد. در نهایت، وابستگی دمایی ثابت های مدل‌های فوق به دما با دو مدل آرنیوسی و مدل واپاشی نمایی تخمین زده شد. در گام بعدی این تحقیق و با در نظر گرفتن ویژگی‌های محصول خشک شده می‌توان فرایند خشک کردن و بازسازی میوه خشک گلایی (رقم سبیری) را اصلاح و بهبود بخشید.

## ۵- علائم و اختصارات

### Nomenclature

$A_1-A_2$	Empirical model constant of Peleg
$A_3-A_4$	Empirical model constant of Pilofof-Boquet
$A_5-A_6$	Empirical model constant of Singh-Kulshrestha
A,B,C	Empirical model constant of Wesolowski
a,b,c	Empirical model constant
a	Coefficient of exponential decay function (min)
b	Coefficient of exponential decay function ( $^{\circ}C^{-1}$ )
$D_0$	Pre-exponential factor of the Arrhenius equation ( $m^2/s$ )
$D_{eff}$	Effective moisture diffusivity ( $m^2/s$ )
$E_a$	Activation energy (kJ/mol)
k	Empirical model constant
$l_0$	Thickness (m)
MR	Moisture ratio
N	Number of observations
n	Weibull parameter (dimensionless)
R	Universal gas constant (kJ/mol.k)
$R^2$	Correlation coefficient
RMSE	Root mean square error
T	Absolute air temperature (K)
W	Moisture (dry basis)
$W_0$	Initial moisture content drying (kg water/kg dry matter)
$W_e$	Equilibrium moisture content drying (kg water/kg dry matter)
$W_t$	Moisture content at any time of drying (kg water/kg dry matter)
$W_{exp,i}$	ith experimental moisture ratio (dimensionless)
$W_{pre,i}$	ith predicted moisture ratio (dimensionless)
$\delta$	Weibull parameter

## ۶- منابع

- [1] Castro, A. M., Mayorga, E. Y., & Moreno, F. L. (2018). Mathematical modelling of

- Dried Tomato. *Drying Technology*, 27(10), 1078-1088.
- [18] Ansari, S., Maftoon-Azad, N., Farahnaky, A., Hosseini, E., & Asadi, G. (2015). Modeling Rehydration Behavior of Dried Figs *Journal of Agricultural Science and Technology*, 17(1), 133-144.
- [19] Moreira, R., Chenlo, F., Chaguri, L., & Fernandes, C. (2008). Water absorption, texture, and color kinetics of air-dried chestnuts during rehydration. *Journal of Food Engineering*, 86(4), 584-594.
- [20] García-Pascual, P., Sanjuán, N., Melis, R., & Mulet, A. (2006). Morchella esculenta (morel) rehydration process modelling. *Journal of Food Engineering*, 72(4), 346-353.
- [21] Solomon, W. K. (2007). Hydration Kinetics of Lupin (*Lupinus albus*) Seeds. *Journal of Food Process Engineering*, 30(1), 119-130.
- [22] Turhan, M., Sayar, S., & Gunasekaran, S. (2002). Application of Peleg model to study water absorption in chickpea during soaking. *Journal of Food Engineering*, 53(2), 153-159.
- [23] Karacabey, E., & Buzrul, S. (2017). Modeling and Predicting the Drying Kinetics of Apple and Pear: Application of the Weibull Model. *Chemical Engineering Communications*, 204(5), 573-579.
- [12] Toğrul, İ. T., & Pehlivan, D. (2003). Modelling of drying kinetics of single apricot. *Journal of Food Engineering*, 58(1), 23-32.
- [13] Górnicki, K., Kaleta, A., Winiczenko, R., Chojnacka, A., & Janaszek, M. (2013). Some remarks on modelling of mass transfer kinetics during rehydration of dried fruits and vegetables. In N. H (Ed.), *Mass transfer – advances in sustainable energy and environment oriented numerical modeling*, (pp. 431–458). London: InTech.
- [14] Golestani, R., Raisi, A., & Aroujalian, A. (2013). Mathematical Modeling on Air Drying of Apples Considering Shrinkage and Variable Diffusion Coefficient. *Drying Technology*, 31(1), 40-51.
- [15] Schössler, K., Jäger, H., & Knorr, D. (2012). Effect of continuous and intermittent ultrasound on drying time and effective diffusivity during convective drying of apple and red bell pepper. *Journal of Food Engineering*, 108(1), 103-110.
- [16] Guiné, R. P. F., Ferreira, D. M. S., Barroca, M. J., & Gonçalves, F. M. (2007). Study of the drying kinetics of solar-dried pears. *Biosystems Engineering*, 98(4), 422-429.
- [17] Goula, A. M., & Adamopoulos, K. G. (2009). Modeling the Rehydration Process of



## Modelling of drying and rehydration of pears using different mathematical models

Dalvi Isfahan, M. <sup>1\*</sup>

1. Assistant professor, Department of Food Science and Technology, Faculty of Agriculture, Jahrom University, Jahrom, Iran.

### ARTICLE INFO

### ABSTRACT

#### Article History:

Received 2021/07/02  
Accepted 2021/08/28

#### Keywords:

Drying,  
Rehydration,  
Pear,  
Modeling.

**DOI: 10.52547/fsct.18.119.157**

\*Corresponding Author E-Mail:  
[dalvi@jahromu.ac.ir](mailto:dalvi@jahromu.ac.ir)

By controlling dehydration and rehydration conditions, optimal reconstitution properties can be achieved. Therefore, mathematical models that describe the kinetics of moisture removal and moisture uptake are important in designing and optimizing that process. In this study, the drying process of pear slices at 5 different temperatures was investigated and the effective diffusion coefficient of the samples was determined. Drying data were also fitted with 9 mathematical models. The hydration process of the dried samples at 50°C was also fitted with 4 different models. The results showed that the effective diffusion coefficient has an increasing trend with increasing temperature and its temperature dependence can be described by Arrhenius equation. Among the dehydration models, two models (logarithmic and Weibull) were better than other models in predicting changes in sample moisture during drying and the best model for the rehydration process was Peleg model. In the last step, the temperature dependence of the constants of these equations were fitted with Arrhenius and exponential decay models.