



### مقایسه و پیش بینی تغییرات دمای همبرگر در طی فرآیند انجماد با استفاده از دو روش مختلف مدل سازی عددی

محسن دلوی اصفهان<sup>۱</sup>، امیر دارائی گرمه خانی<sup>۲\*</sup>

۱- استادیار گروه علوم و صنایع غذایی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه جهرم، جهرم، ایران.

۲- استادیار، گروه مهندسی علوم و صنایع غذایی، دانشکده فنی و منابع طبیعی تویسرکان، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران.

#### اطلاعات مقاله

#### چکیده

تاریخ های مقاله :

تاریخ دریافت: ۹۹/۰۷/۱۸

تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۲/۰۹

کلمات کلیدی:

اجزاء محدود،

انتقال حرارت،

انجماد،

تفاضل محدود،

همبرگر.

DOI: 10.29252/fsct.18.06.28

\* مسئول مکاتبات:

amirdaraey@basu.ac.ir

همبرگر یکی از پر مصرف ترین محصولات گوشتی در سراسر جهان است. ماندگاری این محصول نسبتاً کوتاه است و بنابراین معمولاً از فرایند انجماد برای کاهش فعالیت آبی و جلوگیری از تکثیر میکروارگانیسم استفاده می شود. پیش بینی دقیق دما در هنگام انجماد در طراحی روش های سرمایش، بهینه سازی و جلوگیری از افت کیفیت محصول مهم می باشد. مدل های پیش بینی زمان انجماد از معادلات تحلیلی نسبتاً ساده (مبتنی بر تعدادی مفروضات) گرفته تا روش های حل عددی متنوعی که به زمان محاسبات زیادی و کامپیوتر پیچیده نیاز دارند، متغیر است. در این تحقیق، نخست خصوصیات حرارتی همبرگر، از جمله کسر یخ، هدایت حرارتی و گرمای ویژه با مدل های ریاضی تعیین شدند و سپس فرایند انجماد همبرگر با دو روش عددی مختلف (تفاضل محدود و اجزاء محدود) بررسی شد. نتایج حاصل با داده های تجربی مقایسه و مشخص گردید که اگرچه هر دو مدل می توانند به طور منطقی درجه حرارت همبرگر را هنگام انجماد پیش بینی کنند، اما مدل اجزاء محدود از توانایی بیشتری در پیش بینی دما نسبت به مدل تفاضل محدود برخوردار است. این مطالعه نشان داد که استفاده از بسته های CFD مانند نرم افزار COMSOL می تواند به عنوان گزینه مناسبی برای تخمین زمان انجماد فرآورده های گوشتی در نظر گرفته شود.

## ۱- مقدمه

الگوی مصرف مواد غذایی بسیاری از مردم جهان در سال‌های اخیر با توجه به روند تغییرات شیوه زندگی و کمبود زمان برای تهیه غذاهای سنتی به تدریج تغییر کرده است و تمایل به مصرف غذاهای منجمد نیمه آماده یا آماده بیشتر شده است. همبرگر از جمله این غذاها هست که به دلیل سهولت پخت و مصرف، طعم مطلوب، بسته بندی‌های جذاب و متنوع، کامل بودن از نظر مواد مغذی و سالم و بهداشتی بودن در کشورهای جهان به ویژه کشورهای صنعتی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار شده است. بر اساس آمار، به طور متوسط در سال هر آمریکایی ۱۵ کیلوگرم همبرگر مصرف می‌کند. در ایران، اگر چه مصرف سرانه فرآورده‌های گوشتی بسیار کمتر از کشورهای توسعه یافته است (۱/۵ کیلوگرم به ازای هر نفر)، اما به دلیل جوان بودن جمعیت، افزایش اشتغال زنان و همچنین سرعت و سادگی تهیه این فرآورده، این محصول به خوبی جای خودش را در سفره ایرانی‌ها باز کرده است و پیش بینی‌ها حاکی از افزایش سهم این محصول در سبد مواد غذایی ایرانیان در آینده می‌باشد [۱]. با توجه به زمان ماندگاری کم محصول، طراحی یک سیستم انجماد کارآمد نه تنها باعث کاهش هزینه‌های فرایند و صرفه جویی در مصرف انرژی می‌شود، بلکه می‌تواند در بهبود کیفیت محصول نیز نقش موثری داشته باشد. بنابراین، پیش بینی دقیق زمان انجماد غذا برای دستیابی به طراحی مناسب سیستم تبرید ضروری است. اگر چه استفاده از روش انجماد صفحه‌ای<sup>۱</sup> برای انجماد این محصول مناسب‌تر به نظر می‌رسد، ولی در اکثر کارخانجات ایران، استفاده از انجماد با هوای سرد<sup>۲</sup> معمول‌تر است. سرعت خروج گرما و تعیین پروفیل دمای محصول برای تعیین میزان مصرف انرژی، افت وزن محصول و کیفیت نهایی محصول منجمد شده اهمیت داشته و پیش بینی دقیق زمان انجماد مواد غذایی برای ارزیابی کیفیت و جنبه‌های اقتصادی انجماد مواد غذایی مهم به نظر می‌رسد [۲].

برای تعیین مدت زمان انجماد دو تعریف بر اساس انجمان بین‌المللی سرما سازی در دست می‌باشد. بر طبق یک تعریف

مدت انجماد از زمانی که درجه حرارت سطح ماده غذایی به صفر درجه سانتی‌گراد رسیده تا وقتی که درجه حرارت مرکز حرارتی این ماده به ۱۰ درجه سانتی‌گراد کمتر از درجه حرارتی که کریستال‌های اولیه یخ در این مرکز تشکیل می‌شوند، برسد این زمان موسوم به مدت زمان انجماد اسمی<sup>۳</sup> است و شاخص مناسبی جهت بررسی کیفیت نهایی محصول است. بنا بر تعریف دیگر که مدت زمان انجماد موثر<sup>۴</sup> نامیده می‌شود، مدت انجماد عبارت است از مدت زمانی که لازم است درجه حرارت ماده غذایی از یک درجه حرارت اولیه تا یک درجه حرارت خاص از پیش تعیین شده در مرکز حرارتی این ماده کاهش داده شود. این شاخص برای تعیین ظرفیت فریزر از نظر فیزیکی و به عبارتی از دیدگاه اقتصادی مورد توجه می‌باشد [۳ و ۴].

اگرچه تعداد زیادی مدل برای پیش بینی زمان انجماد محصولات غذایی ارائه شده است با این حال، به دلیل اینکه فرایند انجماد یک مسأله با مرزهای متحرک<sup>۵</sup> شناخته می‌شود، به کارگیری روش‌های حل ناپایا تک فازی برای حل این مسأله مناسب شناخته نمی‌شود [۵]. در ضمن، در طول فرایند انجماد، گرمای نهان انجماد از محصول خارج می‌شود و نقطه انجماد محصول به دلیل تغلیظ مواد حل شونده کاهش نشان می‌دهد، در عین حال خصوصیات ترموفیزیکی محصول از جمله هدایت حرارتی، گرمای ویژه و دانسیته نیز ثابت نبوده و وابستگی دمایی نشان می‌دهند و از این رو مدل سازی فرایند انجماد محصول، دشوار خواهد شد. در مجموع دو روش اصلی برای حل مسایل تغییر فاز توصیه شده است که عبارتند از: حل تحلیلی و حل عددی. حل تحلیلی معمولاً برای اشکال هندسی ساده از قبیل تیغه نامحدود، استوانه و یا کره قابل استفاده می‌باشد و به دو شکل کلی گرافیکی و یا با استفاده از اعداد بدون بعد تعیین می‌شود [۶]. در مقابل روش‌های حل عددی علاوه بر اینکه می‌توانند نتایجی دقیق‌تری را ارائه دهند می‌توانند برای اشکال هندسی غیر منظم نیز بکار گرفته شوند. مدل‌های عددی را می‌توان در سه دسته کلی تفاضل محدود، اجزاء محدود و حجم محدود تقسیم بندی نمود. مطالعات زیادی در خصوص مدل سازی انتقال حرارت در

3. Nominal freezing time  
4. Effective freezing time  
5. Moving boundaries problem

1. Plate freezer  
2. Air blast freezer

در حین تغییر فاز نمونه همبرگر ارایه گردید، در نهایت نتایج به دست آمده با روش مدل سازی با نتایج تجربی مقایسه شدند.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- مواد و آماده سازی نمونه‌ها

نمونه‌های همبرگر بکار رفته در این پژوهش حاوی، ۷۵ درصد گوشت گوساله، پیاز، آرد سوخاری، نمک تصفیه شده، ادویه طبیعی و روغن بود و از یکی از شرکت‌های تولید کننده همبرگر منجمد انتخاب شد، ضخامت محصول در همه نمونه‌ها ۱۸ میلی متر بود و برای تعیین میزان چربی، رطوبت و پروتئین نمونه به ترتیب از روش سوکسله، خشک کردن با آون (۱۰۵ درجه سانتی‌گراد) و روش کلدال استفاده شد. نتایج تجزیه شیمیایی نمونه‌ها در جدول ۱ ارائه شده است [۱۷]. هر یک از آزمایشات فوق حداقل در ۳ تکرار انجام شد و نتایج به صورت میانگین گزارش شده است. برای تعیین پروفیل دمای محصول در حین انجماد از ۳ عدد ترموکوپل نوع K که به ترتیب در مرکز حرارتی، سطح نمونه و محیط فریزر قرار داده شده بود استفاده گردید. آزمایشات در یک فریزر آزمایشگاهی (گروک، ایران) در دو دمای مختلف ۱۸- و ۳۵- درجه سانتی‌گراد صورت گرفت. دما در فواصل زمانی هر یک دقیقه تا پایان زمان انجماد توسط دیتالاگر ثبت شد.

### ۲-۲- تعیین خصوصیات ترموفیزیکی نمونه

دقت پیش بینی مدل، رابطه مستقیمی با دقت پارامترهای مورد استفاده در مدل دارد که مهم‌ترین پارامترها در مدل‌های انتقال حرارت شامل گرمای ویژه، هدایت حرارتی، دانسیته و ضریب انتقال حرارت در سطح ماده غذایی می‌باشند. برای تخمین و تعیین میزان هدایت حرارتی همبرگر در دماهای بالای صفر درجه سانتی‌گراد از مدل موازی<sup>۱</sup> و برای دماهای زیر نقطه انجماد اولیه از مدل ترکیبی<sup>۲</sup> (سری و موازی) و روابط ۱ تا ۳ استفاده شد [۱۸ و ۲۰].

$$k = \sum_{i=1}^N k_i v_i \quad (1)$$

1 Parallel model  
2 Combined

گوشت توسط محققین مختلف صورت گرفته است برای مثال Salinas and Moraga (۱۹۹۹) به توسعه مدل انتقال حرارت در حین انجماد گوشت ماهی سالمون با شکل صفحه با استفاده از روش حجم محدود پرداختند [۷]. Sheen and Hayakawa (۱۹۹۰) به توسعه مدل ریاضی برای اشکال نامنظم در حین انجماد و رفع انجماد پرداختند. در مدل مذکور اثر تغییرات حجم ناشی از انجماد نیز در مدل گنجانده شده بود [۸]. Sanz و همکاران (۱۹۹۹) از یک مدل ریاضی با روش حل تفاضل محدود برای شبیه سازی سرعت سرمایش متفاوت در سطح عضله گوشت خوک به منظور دست یابی به میزان انجماد موثر جهت تولید یک محصول با کیفیت خوب با توجه به توزیع بهینه بلورهای یخ در داخل و خارج فیبرهای بافتی شود، استفاده کردند [۹].

Tocci and Mascheronni (۱۹۹۵) نیز به توسعه مدل ریاضی با استفاده از روش‌های عددی برای مدل سازی انجماد گوشت با در نظر گرفتن انتقال جرم و حرارت هم‌زمان پرداخته‌اند [۱۰]. در یک تحقیق دیگر، Zillo و همکاران (۲۰۱۸) به توسعه یک مدل سه بعدی با روش حجم محدود برای مدل سازی انجماد سینه مرغ به شکل استوانه محدود پرداختند [۱۱]. نتایج حاصل از این تحقیق‌ها حاکی از دقت قابل قبول نتایج پیش بینی شده توسط مدل با داده‌های تجربی بود.

در سال‌های اخیر به‌کارگیری نرم افزارهای CFD از قبیل COMSOL [۱۲]، FLUENT [۱۳]، STAR-CCM+ [۱۱]، ANSYS-CFX [۱۴] و OpenFOAM [۱۵] برای مدل سازی انجماد مواد غذایی رو به رشد بوده است. ولی استفاده از این نرم افزارها با توجه به اینکه از روش استاندارد حل مسایل تغییر فاز (روش آنتالپی) استفاده نمی‌کنند با چالش‌هایی نیز روبرو بوده است [۱۶]. در این تحقیق، به منظور تعیین زمان انجماد و تعیین پروفیل دمای محصول همبرگر در فریزر، ابتدا کلیه خصوصیات ترموفیزیکی محصول مشتمل بر میزان یخ تشکیل شده در حین انجماد (کسر یخی)، دانسیته، گرمای ویژه و هدایت حرارتی محصول همبرگر به عنوان تابعی از درجه حرارت و ترکیب شیمیایی محصول توسعه داده شد و در مرحله بعد دو مدل عددی بر مبنای روش حل تفاضل محدود و اجزاء محدود با استفاده از نرم افزار COMSOL برای مدل سازی انتقال حرارت

استفاده از یک دیتالاگر ثبت شد. میزان ضریب انتقال حرارت در سطح با استفاده از روش لامپ (ظرفیت فشرده) آمد (شکل ۱) [۲۱]. برای مقایسه ضریب انتقال حرارت به دست آمده از روش فوق با روش اعداد بدون بعد از رابطه (۱۰) استفاده شد. این رابطه در محدوده عدد رینولدز (۳/۵ - ۸۰۰۰۰) کاربرد دارد.

$$Nu = 0.3 + \frac{0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4 Pr^{2/3})\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (10)$$

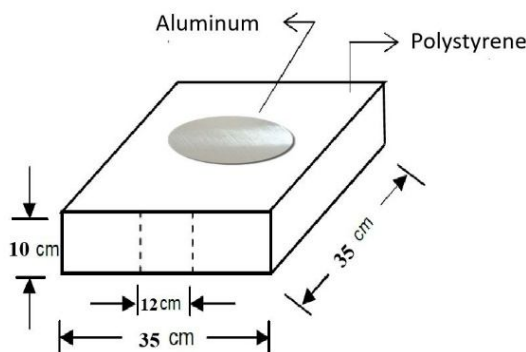


Fig 1 Experimental set up used for determining of convective heat transfer coefficient

### ۲-۳- مدل انتقال حرارت

با فرض اینکه همبرگر یک استوانه محدود با ضخامت ثابت (L) و شعاع (r) می باشد معادله انتقال حرارت دو بعدی برای حالت هدایت و با فرض وابستگی خصوصیات حرارتی همبرگر به دما می توان معادله ۱۰ را نوشت:

$$\frac{\partial H(z,r,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( k(H) \frac{\partial T(H)}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk(H) \frac{\partial T(H)}{\partial r} \right) \quad (11)$$

### ۲-۳-۱- شرایط مرزی نمونه

با توجه به در نظر گرفتن تقارن محوری برای نمونه و انتقال حرارت به روش همرفت در سطح نمونه شرایط مرزی زیر (روابط ۱۱-۱۲) برای مدل در نظر گرفته شد. برای سطح نمونه

$$v_i = \frac{x_i / \rho_i}{\sum (x_i / \rho_i)} \quad (2)$$

$$k = \frac{(v_{LW} + v_B)}{k_w} + \frac{(1 - v_{LW} + v_B)^2}{\sum_{i=not LW,B}^N k_i v_i} \quad (3)$$

برای تعیین گرمای ویژه محصول ابتدا میزان آب باند شده با توجه به رابطه (۴) مشخص شد و در مرحله بعد میزان یخ تشکیل شده در دماهای مختلف با استفاده از رابطه ۵-۷ تخمین زده شد [۱۹]. در نهایت با توجه به ترکیب شیمیایی نمونه میزان گرمای ویژه ظاهری محصول با توجه به رابطه ۸ تعیین شد [۲۰].

$$x_B = \frac{(0.3 \times x_p + 0.1 \times x_c)}{100} \quad (4)$$

$$x_i(T) = 0 \quad \text{if} \quad T \geq T_f \quad (5)$$

$$x_w(T) = x_{tw} - x_i(T) \quad (6)$$

$$x_i(T) = (x_{tw} - x_B) \left( 1 - \frac{T_f - 273.15}{T - 273.15} \right) \quad \text{if} \quad T < T_f \quad (7)$$

$$C_{Papp} = C_{Ps}(T)x_s + C_{Pw}(T)x_w(T) + C_{Pi}(T)x_i(T) + L \frac{dx_i}{dT}(T) \quad (8)$$

### ۲-۲-۱- تعیین دانسیته نمونه

برای تخمین میزان دانسیته نمونه با توجه به ترکیب شیمیایی محصول از رابطه ۹ استفاده شد.

$$\rho = \frac{1}{\sum x_i / \rho_i} \quad (9)$$

### ۲-۲-۲- ضریب انتقال حرارت در سطح

برای تعیین ضریب انتقال حرارت در سطح از روش اندازه گیری دما در حالت ناپایا استفاده شد. بدین منظور یک قطعه آلومینیومی به ابعاد نمونه همبرگر در یک چارچوب از جنس پلی اتیلن قرار گرفت و با استفاده از دو ترموکوپل از نوع K که در سطح و مرکز نمونه قرار گرفته بود تغییرات دما در حین انجماد در فریزر با

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (T_{pre,i} - T_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^N (T_{pre,i} - T_{pre,i})^2} \quad (16)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_{exp,i} - T_{pre,i})^2}{N}} \quad (17)$$

در روابط بالا  $T_{pre,i}$  و  $T_{exp,i}$  به ترتیب دمای پیش بینی شده توسط مدل‌ها و دمای آزمایشی و  $N$  تعداد داده‌ها می‌باشد.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- خصوصیات ترموفیزیکی محصول

شکل ۲ میزان کسر یخی تشکیل شده در نمونه به عنوان تابعی از دما را نشان می‌دهد، بر اساس شکل مشخص است که حتی در دمای ۴۰- درجه سانتی‌گراد حدود ۸۸٪ آب موجود در محصول به شکل کریستال‌های یخ در می‌آید و مابقی هنوز به صورت مایع در بافت محصول باقی می‌ماند، که بخشی از این آب به صورت آب باند شده و مابقی به صورت آب قابل انجماد می‌باشد. نکته دیگری که در شکل ۲ مشخص است، در دامنه دمایی بین نقطه انجماد اولیه محصول تا ۱۰ درجه سانتی‌گراد کمتر از این نقطه، بیشترین میزان یخ محصول که حدود ۷۵٪ کریستال‌های یخ هست تشکیل شده است و با کاهش بیشتر دما نمودار به حالت خط افقی ثابت نزدیک شده و روند تغییرات و تشکیل کریستال‌های یخ کندتر می‌شود. این نکته اهمیت زیادی در بافت محصول خواهد داشت زیرا با توجه به اینکه با تشکیل کریستال‌های یخ انواع آسیب‌های انجمادی از قبیل خشک شدن، تغلیظ مواد حل شونده و آسیب مکانیکی ناشی از افزایش حجم کریستال‌های یخ بر بافت قابل پیش بینی است، تعیین زمان ورود و خروج محصول در این بازه دمایی اهمیت دارد [۲۳] و زمان انجماد اسمی بر اساس همین شاخص تعیین می‌شود (جدول ۲).

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = h(T - T_a) \quad (12)$$

شرط تقارن

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, z, t) = 0 \quad (13)$$

#### ۲-۳-۲- مدل سازی - تفاضل محدود

معادلات اصلی انتقال حرارت با اعمال شرایط اولیه و مرزی به طور عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود بر مبنای شمای صریح<sup>۱</sup> حل گردیدند. در این مطالعه نمونه همبرگر به ابعاد ۱۴۰ × ۱۸ میلی متر به ۱۱ گره طولی تقسیم شد. ورودی‌های مورد استفاده در مدل در جدول ۱ نشان داده شده است و برنامه نویسی بر روی نرم افزار MATLAB R2016b انجام پذیرفت [۲۱]. از حل معادله فوق بر مبنای شمای صریح در روش تفاضل محدود می‌توان معادله ۱۳ را برای نقاط داخلی نمونه برآورد نمود، برای گره‌های واقع در مرکز و سطح نمونه نیز می‌توان معادلات مشابهی با توجه به شرایط مرزی نمونه به دست آورد [۲۲].

(۱۴)

$$T_j^{t+\Delta t} = T_j^t + \left[ \frac{\Delta t}{C_p^j \rho^j (\Delta r)^2} \right] \times [k_{j+1/2}^t (T_{j+1}^t - T_j^t) - k_{j-1/2}^t (T_j^t - T_{j-1}^t)]$$

برای افزایش دقت مدل، از معدل هدایت حرارتی در گره‌ها در هر گام زمانی با استفاده از رابطه ۱۴ استفاده شد.

$$k_{i\pm 1/2}^t = \frac{k_{i\pm 1}^t + k_i^t}{2} \quad k_{j\pm 1/2}^t = \frac{k_{j\pm 1}^t + k_j^t}{2} \quad (15)$$

#### ۲-۳-۳- مدل سازی - اجزاء محدود

معادله حاکم و شرایط مرزی و اولیه با استفاده از نرم افزار 5.5 COMSOL برای مختصات استوانه‌ای و در حالت دو بعدی متقارن و با المان درجه دوم لاگرانژ با اشکال مثلثی (۱۸۵۶ عدد) به عنوان تابع پایه حل شد [۱۱ و ۱۳].

#### ۲-۴- تجزیه و تحلیل آماری

دو معیار آماری (روابط ۱۶-۱۵)، ضریب تعیین ( $R^2$ ) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برای ارزیابی تناسب بین مدل با داده‌های تجربی (آزمایشی) مورد استفاده قرار گرفت [۲].

1. Explicit

**Table 1** Thermo-physical data for hamburger patty

| Property                                     | Value                  |
|--|------------------------|
| Thermal conductivity of unfrozen product     | 0.47 W/m. °C           |
| Thermal conductivity of frozen product       | 1.56 W/m. °C           |
| Heat capacity of unfrozen product            | 3100 J/kg. °C          |
| Heat capacity of frozen product              | 1500 J/kg. °C          |
| Density of unfrozen product                  | 1045 kg/m <sup>3</sup> |
| Density of frozen product                    | 1010 kg/m <sup>3</sup> |
| Latent heat of fusion                        | 333600 J/kg            |
| Bound water                                  | 5%                     |
| Initial freezing point                       | -2.52 °C               |
| Moisture content                             | 66.3%                  |
| Protein content                              | 14.2%                  |
| Initial temperature                          | 20 °C                  |
| Heat transfer coefficient                    | 15 W/m <sup>2</sup> °C |
| Number of node in axial and radial direction | 11                     |

**Table 2** Experimental test conditions and results for ground beef patty freezing

| Freezing method | Medium temperature (°C) | Surface heat transfer coefficient (W/m <sup>2</sup> . °C) | Sample thickness (mm) | Freezing rate (°C/min) | Nominal freezing time (min) | Effective freezing time (min) |
|-----------------|-------------------------|---|-----------------------|------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| Air blast       | -18                     | 15  | 18.0                  | 0.22                   | 77 min                      | 113 min                       |
| Air blast       | -35                     | 15  | 18.0                  | 0.71                   | 24 min                      | 41 min                        |

می‌شود. افزایش قابل توجه در میزان هدایت حرارتی محصول در دماهای زیر صفر درجه می‌تواند به میزان یخ تشکیل شده در دماهای زیر صفر ارتباط داده شود ( نمودار کسر یخی محصول) زیرا هدایت حرارتی یخ تقریباً ۴ برابر هدایت حرارتی آب می‌باشد [۱۸].

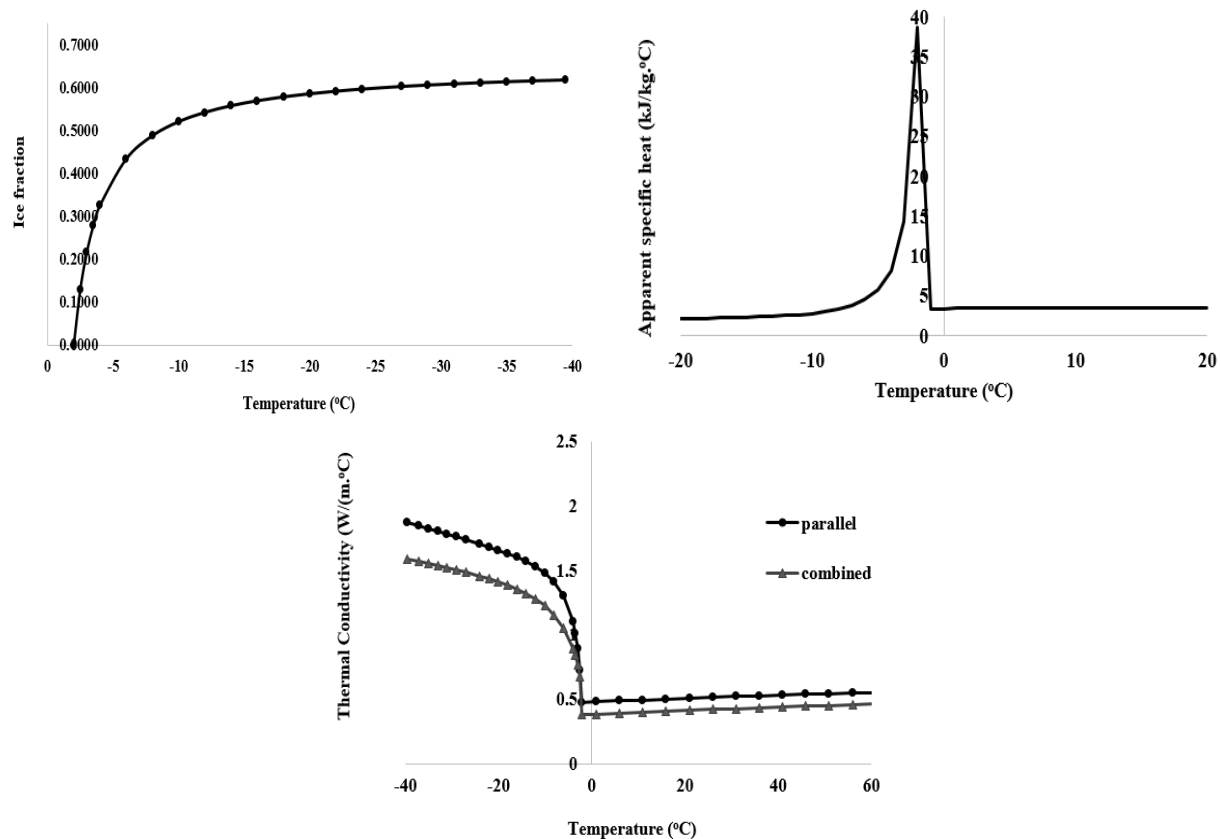
شکل ۳ پروفیل دمای محصول در برابر زمان انجماد را نشان می‌دهد. سرعت انجماد نقش مهمی در کیفیت مواد غذایی دارد و با افزایش سرعت انجماد به دلیل کاهش اندازه کریستال‌های یخ، کیفیت ماده غذایی بهبود می‌یابد. بر این اساس همان طور که انتظار می‌رود سرعت انجماد در دمای -۳۵ درجه سانتی‌گراد حدود ۳/۲ برابر بیشتر از دمای -۱۸ درجه سانتی‌گراد است. سرعت انجماد بر اساس تعریف IIR (موسسه بین‌المللی تبرید) نیز تعیین شد. بر این اساس سرعت انجماد نمونه در دو دمای مذکور به ترتیب ۰/۶ و ۱/۹ سانتی‌متر بر ساعت معین گردید که به ترتیب نشان دهنده انجماد کند<sup>۱</sup> و انجماد سریع<sup>۲</sup> می‌باشد. شرایط آزمایشات و سایر نتایج به دست آمده بین دو دمای بکار

تغییرات گرمای ویژه همبرگر به عنوان تابعی از دمای انجماد که از معادلات ۴-۸ بدست آمده است در شکل ۱ نشان داده شده است. بر اساس تغییرات گرمای ویژه ظاهری نمونه، نقطه انجماد اولیه محصول ۲/۵۲- درجه سانتی‌گراد و حداکثر نمودار (قله) نیز در حدود ۳۸/۶۸ کیلوژول بر کیلوگرم کلین تعیین شد که با نتایج به دست آمده توسط Tavman و همکاران (۲۰۰۷) مشابهت داشت. بر اساس نتایج این محققین میزان نقطه انجماد اولیه و مقدار حداکثر گرمای ویژه ظاهری نمونه همبرگر و گوشت چرخ کرده به ترتیب برابر با ۲/۶- و ۲/۳- درجه سانتی‌گراد و ۲۶/۳ و ۳۲/۸ کیلوژول بر کیلوگرم تعیین شده بود. تفاوت بین نتایج این تحقیق و نتایج حاصل از اطلاعات این محققین می‌تواند مربوط به تفاوت در ترکیبات شیمیایی نمونه‌ها باشد [۲۴]. همان‌طور که در بخش مواد و روش‌ها بیان شد، برای هدایت حرارتی نمونه در دمای زیر نقطه انجماد از مدل ترکیبی و برای دمای بالای نقطه انجماد از مدل موازی استفاده شد. با توجه به اینکه مدل موازی حداکثر میزان هدایت حرارتی مواد غذایی و مدل سری حداقل هدایت حرارتی مواد غذایی را پیش بینی می‌کند، در مدل ترکیبی هدایت حرارتی اجزای غیر مایع آب به صورت موازی برآورد شده و با سپس با مدل سری ترکیب

1. Slow freezing
2. Quick freezing

سانتی‌گراد برآورد شد، دلیل این اختلاف می‌تواند به شدت اغتشاش جریان هوا در اثر نوسان سرعت در داخل محفظه انجماد مرتبط باشد. علاوه بر این همان طور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، دمای سطح نمونه به دلیل شرط مرزی همرفتی هوا سریع‌تر از مرکز نمونه افزایش یافته است.

گرفته شده در جدول ۲ ارائه شده است [۲۵]. ضریب انتقال حرارت در سطح با دو روش مختلف برآورد گردید، مقدار عددی این ضریب در روش اندازه‌گیری شده حدود ۱۵ وات بر متر مربع درجه سانتی‌گراد و در روش اعداد بدون بعد که با استفاده از معادله (۱۰) حاصل شد حدود ۱۰/۹۶ وات بر متر مربع درجه



**Fig 2** Thermophysical properties of Hamburger patty as a function of temperature: ice fraction, apparent specific heat and thermal conductivity.

در برآورد دما نسبت به مدل تفاضل محدود برخوردار می‌باشد و این موضوع از طریق شاخص‌های آماری نیز مشاهده شد، به طوری که میانگین ریشه میانگین مربعات خطا و ضریب تعیین بین مدل اجزاء محدود و نتایج تجربی به ترتیب برابر با ۱/۹۵۳ و ۰/۹۶ می‌باشد و مقادیر فوق برای مدل تفاضل محدود و نتایج تجربی به ترتیب برابر با ۳/۰۲۵ و ۰/۸۹ بود که نشان دهنده تطابق بهتر مدل اجزاء محدود با نتایج تجربی می‌باشد.

شکل ۴ مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از مدل اجزاء محدود، تفاضل محدود و نتایج تجربی است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مجموع همبستگی و انطباق خوبی بین داده‌های مدل عددی و نتایج تجربی وجود دارد. ولی این انطباق، با افزایش زمان به ویژه در سطح کاهش بیشتری را نشان می‌دهد که می‌تواند به دلیل پدیده انتقال جرم ناشی از تصعید و یا تبخیر آب همبرگر در فریزر باشد که در مدل لحاظ نشده است. علاوه بر این همان‌طور که از شکل ۴ مشاهده می‌شود مدل اجزاء محدود از دقت بیشتری

در گام بعدی این مطالعه با کوپل کردن معادلات انتقال جرم ناشی از تصعید در حین انجماد دقت مدل را می توان افزایش داد.

### ۵- علائم و اختصارات

|                |   |  |
|----------------|---|--|
| Cp             | Specific heat (J/kg.K)  | گرمای ویژه<br>(ژول / کیلوگرم کلوین)                        |
| h              | Averaged heat transfer coefficient at surface (W/m <sup>2</sup> .K) | میانگین ضریب انتقال حرارت در سطح<br>(وات / متر مربع کلوین) |
| k              | Thermal conductivity (W/m.K)  | هدایت حرارتی<br>(وات بر متر کلوین)                         |
| L              | Latent heat of fusion (J/kg)  | گرمای نهان ذوب یخ<br>(ژول بر کیلوگرم)                      |
| r              | Radial coordination   | مختصات شعاعی   |
| R <sup>2</sup> | Determination of coefficient  | ضریب تبیین   |
| RMSE           | Root mean square of error   | ریشه میانگین مربعات خطا                                    |
| t              | Time (min, s)   | زمان (ثانیه - دقیقه)                                       |
| T              | Temperature (°C, K)   | دما (سانتی گراد- کلوین)                                    |
| x              | Mass fraction of chemical composition of hamburger                  | کسر جرمی اجزای شیمیایی همبرگر                              |
| Z              | Axial coordination  | مختصات طولی  |
|                | Greek letters   | حروف یونانی  |
| v              | Volume fraction   | کسر حجمی   |
| ρ              | Density (kg/m <sup>3</sup> )  | دانسیتیه کیلوگرم بر متر مکعب                               |
|                | Subscript   | زیر نویس   |
| B              | Bound   | باند شده   |
| c              | Carbohydrate  | کربوهیدرات   |
| exp            | Experimental  | آزمایشی  |
| f              | Freezing temperature  | دمای انجماد  |
| i              | Chemical composition, ice   | اجزای شیمیایی - یخ   |
| LW             | Water in liquid state   | آب در حالت مایع  |
| p              | Protein   | پروتئین  |
| pre            | Predicted   | پیش بینی شده   |
| s              | Solid materials   | مواد جامد  |
| tw             | Total water   | کل آب  |
| w              | Water   | آب   |

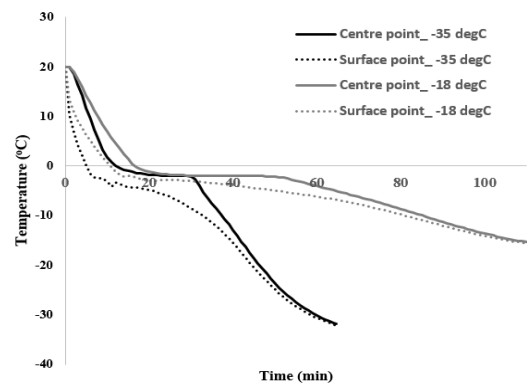


Fig 3 Temperature profile of Hamburger patties at two selected freezing medium temperature at center and surface nodes

### ۴- نتیجه گیری

در این مطالعه، فرآیند انجماد همبرگر و تعیین مدت زمان انجماد محصول با دو روش عددی مختلف (تفاضل محدود و اجزاء محدود) مورد بررسی قرار گرفت و نتایج با داده های تجربی مقایسه شد و مشخص شد که اگرچه هر دو روش با دقت خوبی قادر به پیش بینی دما در هر نقطه از محصول در طی فرایند تغییر فاز می باشند ولی دمای پیش بینی شده با استفاده از روش اجزاء محدود دقیق تر از روش تفاضل محدود است. با به کارگیری مدل توسعه یافته می توان مدت زمان انجماد و دما در هر نقطه از همبرگر را به عنوان تابعی از عوامل مختلف از قبیل درجه حرارت های مختلف فریزر یا ضرایب مختلف انتقال حرارت همرفتی در فریزر و یا انواع محصولات برگر با درصد های مختلف پروتئین را تعیین نمود.

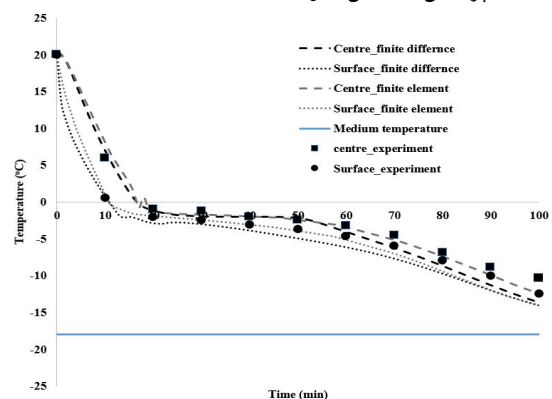


Fig 4 Comparison between temperature profiles of Hamburger patties between finite element and finite difference at center and surface



## ۶- منابع

- [10] Tocci, A. M., and Mascheroni, R. H. 1995. Numerical models for the simulation of the simultaneous heat and mass transfer during food freezing and storage. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 22(2): 251-260.
- [11] Zilio, C., Righetti, G., Pernigotto, G., and Longo, G. A. 2018. Analysis of the freezing time of chicken breast finite cylinders. *International Journal of Refrigeration*, 95: 38-50.
- [12] Dima, J. B., Santos, M. V., Baron, P. J., Califano, A., and Zaritzky, N. E. 2014. Experimental study and numerical modeling of the freezing process of marine products. *Food and Bioprocess Technology*, 92 (1): 54-66.
- [13] Pham, Q. T., Trujillo, F.J., and Mc Phail, N. 2009. Finite element model for beef chilling using CFD-generated heat transfer coefficients. *International Journal of Refrigeration*, 32(1): 102-113.
- [14] Kuffi, K. D., Defraeye, T., Nicolai, B. M., De Smet, S., Geeraerd, A., and Verboven, P. 2016. CFD modeling of industrial cooling of large beef carcasses. *International Journal of Refrigeration*, 69: 324-339.
- [15] Kiani, H., Zhang, Z., and Sun, D. W. 2015. Experimental analysis and modeling of ultrasound assisted freezing of potato spheres. *Ultrasonics Sonochemistry*, 26: 321-331.
- [16] Pham, Q. T. 2012. *Mathematical Modeling of Freezing Processes*. Handbook of Frozen Food Processing and Packaging. D. W. Sun. Boca Raton, CRC Press.
- [17] Institute of Standards and Industrial Research of Iran (ISIRI). Standard No. 2304. Raw frozen hamburger - Specifications and test methods. 2016;4th. Revision.
- [18] Valentas, K. J., Rotstein, E., and Singh, R.P. 1997. *Handbook of food engineering practice*, Boca Raton, Fla., CRC Press.
- [19] Van der Sman, R. G. M., and Boer, E. 2005. Predicting the initial freezing point and water activity of meat products from composition data. *Journal of Food Engineering*, 66(4), 469-475.
- [20] Hamdami, N., Monteau, J.Y., and Le-Bail, A. 2004. Heat and mass transfer in par-baked bread during freezing. *Food Research International*, 37(5): 477-488.
- [1] Hajimohammadi, B., Dehghani, A., Moghaddam-Ahmadi, M., Eslami, G., Oryan, A., Yasini-Ardakani, S. A., Zohourtabar, A., and Mirzaei, F. 2014. Isolation of *Sarcocystis Hirsuta* from Traditional Hamburger of Iran. *Journal of Isfahan Medical School*, 32 (9273): 79-85.
- [2] Uyar, R., and Erdogdu, F. 2012. Numerical Evaluation of Spherical Geometry Approximation for Heating and Cooling of Irregular Shaped Food Products. *Journal of Food Science*, 77(7): E166-E175.
- [3] Fatemi, H. 2007. *Principle of food preservation technology*. Sahami Entehshar Publisher.
- [4] Le-Bail, A., Chapleau, N., Anton-De Lamballerie, M., and Vignolle, M. 2008. Evaluation of the mean ice ratio as a function of temperature in a heterogeneous food: Application to the determination of the target temperature at the end of freezing. *International Journal of Refrigeration*, 31(5): 816-821.
- [5] Mittal, G. S., Hanenian, R., and Mallikarjunan, P. 1993. Evaluation of freezing time prediction models for meat patties. *Canadian Agricultural Engineering*, 35(1): 75-81.
- [6] Delgado, A. E., and Sun, D.W. 2001. Heat and mass transfer models for predicting freezing processes- a review. *Journal of Food Engineering*, 47(3): 157-174.
- [7] Moraga, N. O., and Salinas, C. H. 1999. Numerical model for heat and fluid flow in food freezing. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 35(5): 495-517.
- [8] Sheen, S., and Hayakawa, K. 1990. Finite difference analysis for the freezing and thawing of an irregular food with volumetric change. In Spiess W.E.L. & H. Schubert (Eds.), *International Congress on Engineering and Food (Fifth)*, vol. 2 (pp. 426-441). Cologne, Germany: Elsevier.
- [9] Sanz, P. D., de Elvira, C., Martino, M., Zaritzky, N., Otero, L., and Carrasco, J. A. 1999. Freezing rate simulation as an aid to reducing crystallization damage in foods. *Meat Science*, 52(3): 275-278.

- waves, electric and magnetic fields. *Journal of Food Engineering*, 195: 222-234.
- [24] Tavman, S., Kumcuoglu, S., and Gaukel, V. 2007. Apparent Specific Heat Capacity of Chilled and Frozen Meat Products. *International Journal of Food Properties*, 10(1): 103-112.
- [25] Xanthakis, E., Havet, M., Chevallier, S., Abadie, J., and Le-Bail, A. 2013. Effect of static electric field on ice crystal size reduction during freezing of pork meat. *Innovative Food Science and Emerging Technologies*, 20: 115-120.
- [221] Dalvi, M., and Hamdami, N. 2010. Numerical Heat Transfer Modeling in Ultrafiltered White Cheese. *Journal of Food Research*, 20(2): 45-60.
- [22] Schwartzberg, H., Singh, R.P., and Sarkar, A. 2007. CHAPTER 3 Freezing and thawing of foods – computation methods and thermal properties correlation. *Heat Transfer in Food Processing: Recent Developments and Applications*. S. Yanniotis and B. Sundén, WIT Press: 61-99.
- [23] Dalvi-Isfahan, M., Hamdami, N., Xanthakis, E., and Le-Bail, A. 2017. Review on the control of ice nucleation by ultrasound



## Comparison of two different numerical modeling for predicting the temperature of hamburger patty during freezing process.

Dalvi Isfahan, M. <sup>1</sup>, Daraei Garmakhany, A. <sup>2\*</sup>

1. Assistant professor, Department of Food Science and Technology, Faculty of Agriculture, Jahrom University, Jahrom, Iran.
2. Assistant professor, Department of Food Science and Technology, Tuyserkan Faculty of Engineering & Natural Resources, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

### ARTICLE INFO

### ABSTRACT

#### Article History:

Received 2020/10/09  
Accepted 2021/02/27

#### Keywords:

Finite Element,  
Heat transfer,  
Freezing,  
Finite difference,  
Hamburger.

**DOI:** 10.29252/fsct.18.06.28

\*Corresponding Author E-Mail:  
[amirdaraey@basu.ac.ir](mailto:amirdaraey@basu.ac.ir)

Hamburgers are one of the most widely consumed meat products in the world. The shelf life of this product is rather short, therefore the freezing process is commonly used to reduce water activity and prevent the growth of microorganisms. Accurate temperature prediction during freezing is important in designing optimum cooling procedures and to avoid quality deterioration. Models for predicting freezing times range from relatively simple analytical equations to the more complicated numerical methods which require a lot of computing time and a sophisticated computer. In this research, thermal properties of hamburger, including ice fraction, thermal conductivity and specific heat were determined mathematically and then the freezing process of hamburger patty was investigated by two different numerical models (finite difference & finite element). The results were compared with experimental data and it was found that although both two models could reasonably forecast the temperature of hamburger patties during freezing, the finite element model demonstrated better goodness of fit than finite difference model. This study shows that the use of CFD packages such as COMSOL software can be considered as a suitable option for the estimation of freezing time of meat products.