



مجله علوم و صنایع غذایی ایران

سایت مجله: www.fsct.modares.ac.ir

مقاله علمی-پژوهشی

بررسی سینتیک جذب نمک در پنیر سفید با استفاده از مدل‌های انتقال جرم و شبیه‌سازی عددی

محسن دلوی-اصفهان

دانشیار گروه علوم و صنایع غذایی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه جهرم، جهرم، ایران

اطلاعات مقاله

چکیده

تاریخ های مقاله :

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۱/۰۹

تاریخ داوری: ۱۴۰۵/۰۲/۱۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۲/۲۹

کلمات کلیدی:

پنیر،

آب نمک گذاری،

انتقال جرم،

مدل سازی سینتیکی،

شبیه سازی عددی

DOI: 10.48311/fsct.2026.119728.83093

* مسئول مکاتبات:

Dalvi@jahromu.ac.ir,
mohsen.Dalvi@gmail.com

نمک زنی یکی از مهم ترین مراحل تولید پنیر است که بر ویژگی های رئولوژیک، میکروبی و کیفیت حسی محصول نهایی اثر می گذارد. در پنیر کنترل جذب و توزیع نمک اهمیت ویژه ای دارد، زیرا ساختار متخلخل و رطوبت بالا موجب حساسیت زیاد این محصول به تغییرات اسمزی می شود. برای تحلیل سینتیک جذب نمک، در این پژوهش از شش مدل ریاضی شامل مدل نفوذ، مدل نیمه بی نهایت، آوارا، پلگ، زوگاراموردی-لوپین و ویبال استفاده شد. آزمایش های نفوذ نمک به صورت یک بعدی طراحی گردید تا با فرضیات مدل های تحلیلی به ویژه مدل نیمه بی نهایت سازگار باشد. اندازه گیری غلظت نمک با روش تیتراسیون ولهارد انجام گرفت. نتایج نشان داد مدل نیمه بی نهایت بالاترین دقت را در بین مدل های بنیادی ارائه می دهد ($R^2=0.999$)، در حالی که مدل ویبال دقیق ترین مدل تجربی بود ($R^2=0.996$). مدل نفوذ کلاسیک، به دلیل فرض ضریب نفوذ ثابت و عدم انطباق کامل با هندسه آزمایش، کمترین دقت را داشت. علاوه بر این، شبیه سازی عددی بر پایه حل قانون دوم فیک با استفاده از نرم افزار کامسول نشان داد که جبهه نفوذ نمک در طول یک دوره زمانی طولانی، به تدریج از سطح به سمت بخش های داخلی پیشروی کرده و منجر به افزایش قابل توجه عمق نفوذ نمک می گردد. این یافته ها بیانگر آن است که مدل سازی عددی مناسب می تواند به عنوان ابزاری کارآمد برای پیش بینی رفتار انتقال جرم نمک در بلندمدت و بهینه سازی زمان فرآیند آب نمک گذاری پنیر جهت دستیابی به سطوح نمک مطلوب، مورد استفاده قرار گیرد.

۱-مقدمه

نمک‌زنی یکی از مراحل کلیدی در فرآیند تولید پنیر است و نقشی تعیین‌کننده در ویژگی‌های فیزیکوشیمیایی، میکروبیولوژیکی و حسی محصول نهایی ایفا می‌کند. حضور کلرید سدیم علاوه بر ایجاد طعم مطلوب، با کاهش فعالیت آبی و مهار رشد میکروارگانیسم‌های نامطلوب، موجب افزایش پایداری محصول و کنترل فرایند تخمیر می‌شود. همچنین نمک از طریق تنظیم فعالیت آنزیم‌ها، تأثیرگذاری بر pH، تغییر بار الکتریکی و حلالیت میسل‌های کازئینی، به‌طور مستقیم ساختار، بافت و روند رسیدگی پنیر را تحت تأثیر قرار می‌دهد. یون‌های سدیم و کلر با برهم‌کنش با شبکه پروتئینی و فاز آبی، بر میزان تورم ماتریس، بافت نهایی و توسعه طعم اثرگذارند و از این‌رو کنترل دقیق میزان و الگوی توزیع آن‌ها، برای دستیابی به کیفیت یکنواخت و پایدار در مقیاس صنعتی ضروری است. اهمیت این مرحله به‌ویژه در پنیرهای سفید، نیمه‌سخت و آب‌نمکی که ساختارشان حساس به تغییرات اسمزی و رطوبتی است، دوچندان می‌شود [1-2].

روش‌های مختلفی برای نمک‌زنی پنیر وجود دارد که شامل نمک‌زنی خشک، نمک‌زنی سطحی، افزودن نمک به دلمه و آب‌نمک‌گذاری^۱ است. در میان این روش‌ها، آب‌نمک‌گذاری به دلیل سهولت اجرا، امکان کنترل بهتر شرایط فرآیند و دستیابی به توزیع نسبتاً یکنواخت نمک، کاربرد گسترده‌تری در تولید صنعتی دارد. در این روش، قالب‌های پنیر برای مدت‌زمان مشخصی در محلول آب‌نمک با غلظت معلوم غوطه‌ور می‌شوند تا تبادل جرم بین محیط بیرونی و ماتریس داخلی پنیر برقرار شود. این فرآیند به دلیل طبیعت متغیر و دینامیک آن، تنها یک پدیده نفوذ ساده نیست، بلکه انتقال دوطرفه و هم‌زمان نمک از محیط به پنیر و آب و ترکیبات محلول از پنیر به محیط را شامل می‌شود [3-4]. در این فرایند اختلاف غلظت نمک میان محلول و فاز آبی پنیر نیروی

محركه اصلی نفوذ NaCl را فراهم می‌کند، در حالی‌که گرادیان فشار اسمزی ناشی از اختلاف رطوبت، موجب خروج آب از پنیر می‌شود. در مراحل اولیه، این خروج آب معمولاً سریع‌تر از ورود نمک صورت می‌گیرد و این عدم تقارن سبب جابه‌جایی لایه‌های سطحی، تغییر در سطح مؤثر انتقال جرم و ایجاد الگوهای پیچیده نفوذ می‌شود. این تغییرات پیوسته، ترکیب شیمیایی، رطوبت، چگالی و حتی ساختار بافتی پنیر را در طول زمان آب‌نمک‌گذاری تحت تأثیر قرار می‌دهد و پیش‌بینی نظری رفتار سیستم را دشوارتر از محیط‌های محلولی ساده می‌سازد [5-6].

حرکت نمک در پنیر به‌طور عمده از طریق فاز آبی ماتریس صورت می‌گیرد، اما ساختار پیچیده شبکه کازئینی باعث می‌شود نفوذ نمک نسبت به آب خالص به‌طور چشمگیری کاهش یابد. این رفتار در ادبیات علمی با عنوان نفوذ ممانعت‌شده^۲ شناخته می‌شود و حاصل مجموعه‌ای از مکانیزم‌های محدودکننده است. نخست، ساختار شبکه‌ای و فشرده کازئین منافذی با ابعاد ریز ایجاد می‌کند که حرکت یون‌های هیدراته Na^+ و Cl^- را محدود می‌سازد. دوم، وجود گلبول‌های چربی، ذرات پروتئینی و ساختارهای کلوئیدی موجب انسداد نسبی مسیرهای نفوذ و افزایش پیچ‌وخم^۳ می‌شود و مسیر مؤثر انتشار را طولانی‌تر می‌سازد. سوم، ویسکوزیته بالاتر فاز آبی در مقایسه با آب خالص که بر اساس رابطه استوکس-اینشتین باعث کاهش تحرک یون‌ها می‌شود. چهارم، وجود آب مقید در شبکه پروتئینی که بخش قابل‌توجهی از آب ماتریس را تشکیل می‌دهد و به دلیل عدم مشارکت در انتقال جرم، سطح مؤثر منافذ برای نفوذ نمک را کاهش می‌دهد. پنجم، خروج سریع رطوبت از سطح پنیر در مراحل اولیه آب‌نمک‌گذاری که موجب تشکیل لایه‌های فشرده‌تر شده و سطح تماس مؤثر برای نفوذ نمک را عقب می‌راند و نوعی مانع دینامیک ایجاد می‌کند. ترکیب این عوامل باعث می‌شود مقدار ضریب نفوذ مؤثر NaCl در پنیر

3- Tortuosity

1- Brining

2- Impeded Diffusion

چندین برابر کمتر از مقدار آن در آب باشد و بنابراین ارزیابی دقیق سینتیک نفوذ تنها با در نظر گرفتن این فاکتورها ممکن است [9-7].

علاوه بر ریزساختار، عوامل فرآیندی نیز تأثیر چشمگیری بر سینتیک جذب نمک دارند. غلظت آب نمک مهم ترین نیروی محرکه نفوذ است، اما در غلظت های بالا ممکن است لایه سطحی متراکم تشکیل شود که نفوذ را محدود می کند. دما با اثرگذاری بر انرژی جنبشی مولکولی، ویسکوزیته فاز آبی و انعطاف پذیری شبکه کازئینی، یکی از عوامل کلیدی کنترل کننده ضریب نفوذ است. هندسه نمونه و نسبت سطح به حجم بر طول مسیر نفوذ مؤثرند و نمونه های کوچک تر با سطح بیشتر، نرخ نمک گیری سریع تری دارند pH. آب نمک و پنیر می تواند تورم ماتریس پروتئینی و بار الکتریکی میسل ها را تغییر دهد و در نتیجه مسیر نفوذ را دگرگون کند. متغیرهایی نظیر رطوبت اولیه، میزان چربی، و عملیات تکنولوژیک قبل از آب نمک گذاری مانند پیش نمک زنی نیز رفتار نفوذ را تحت تأثیر قرار می دهند. بنابراین، تحلیل صحیح فرآیند نیازمند توجه هم زمان به مجموعه گسترده ای از عوامل ساختاری، شیمیایی و عملیاتی است و از همین رو، برای هر نوع پنیر، فرآیند جذب نمک باید به طور مجزا مورد مطالعه و بررسی قرار گیرد [3, 10, 11].

برای توصیف ریاضی این فرآیند بکارگیری مدل های انتقال جرم ضروری است و قانون دوم فیک رایج ترین چارچوب نظری مورد استفاده در مطالعات نمک زنی پنیر است. این قانون، تغییرات زمان مند و مکانی غلظت را بر اساس ضریب نفوذ مؤثر بیان می کند و برای هندسه های ساده همچون صفحه، استوانه و مکعب قابلیت حل تحلیلی یا عددی دارد [12-15].

غلظت و توزیع نمک نقش تعیین کننده ای در رشد میکروبی، شدت تخمیر، ویژگی های رئولوژیک و کیفیت حسی نهایی پنیر دارد؛ بنابراین پیش بینی دقیق رفتار انتقال نمک برای کنترل کیفیت محصول ضروری است. نوآوری این پژوهش در به کارگیری یک رویکرد چندمدلی شامل مدل های تجربی، تحلیل مبتنی بر مدل های بنیادی و شبیه سازی عددی دوبعدی

برای توصیف و پیش بینی انتقال نمک در پنیر سفید ایرانی است. با وجود مطالعات گسترده بر روی پنیرهای اروپایی، در مورد پنیر ایرانی و ساختار ویژه آن تحقیقات محدودی در زمینه مدل سازی فیزیکی انتقال نمک انجام شده است. از این رو، ارائه یک چارچوب مدل سازی تلفیقی می تواند ابزار علمی مناسبی برای طراحی، کنترل و بهینه سازی فرآیند آب نمک گذاری در صنعت تولید پنیر ایرانی فراهم کند. هدف این پژوهش بررسی سینتیک جذب نمک در پنیر سفید و توسعه یک چارچوب مدل سازی چندسطحی برای پیش بینی رفتار انتقال نمک در طول فرآیند آب نمک گذاری است. در این راستا، ابتدا کارایی مجموعه ای از مدل های بنیادی و تجربی در توصیف داده های آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار می گیرد تا مناسب ترین مدل از نظر انطباق فیزیکی و دقت آماری انتخاب شود. سپس یک مدل عددی مبتنی بر حل معادله دوم فیک در محیط نرم افزار COMSOL توسعه داده می شود تا امکان پیش بینی توزیع مکانی-زمانی غلظت نمک در کل حجم پنیر طی فرآیند آب نمک گذاری فراهم گردد. این چارچوب مدل سازی می تواند به درک بهتر مکانیسم انتقال نمک و در نهایت به بهینه سازی شرایط فرآیندی و بهبود یکنواختی و کیفیت نهایی پنیر سفید کمک کند.

۲- مواد و روش ها

۲-۱ آماده سازی نمونه ها و انجام آزمایش نفوذ نمک

برای بررسی سینتیک جذب و انتقال نمک در پنیر، نمونه ها به صورت مکعب مستطیل با ابعاد (۱۰×۲۰ سانتیمتر) از خط تولید شرکت پگاه تهیه شدند. هر نمونه درون یک پلاستیک قرار داده شد به گونه ای که تنها یک سطح آن در معرض محلول آب نمک قرار گیرد. به منظور جلوگیری از انتقال جرم از سایر جهات، سطح فوقانی نمونه با لایه ای از پارافین پوشانده شد و دیواره های جانبی نیز توسط مکعب مستطیل پلاستیکی محافظت شدند. در نتیجه، انتقال نمک تنها از یک سطح نمونه و به صورت نفوذ یک بعدی انجام می گرفت. این آرایش آزمایشی با فرضیات مدل انتقال جرم یک طرفه سازگار است و امکان تحلیل دقیق تر پدیده نفوذ را فراهم

انجام شدند تا دقت و قابلیت تکرارپذیری نتایج تضمین شود. برای تعیین میزان جذب نمک در طول زمان، نمونه‌ها در فواصل زمانی منظم هر ۴ ساعت از محلول خارج شدند و مقدار نمک موجود در آنها اندازه‌گیری گردید. اندازه‌گیری غلظت نمک با استفاده از روش ولهارد^۴ انجام شد که یکی از روش‌های متداول تیتراسیون رسوبی برای تعیین یون کلرید است. در این روش ابتدا یون‌های کلرید موجود در نمونه با افزودن مقدار مشخصی از محلول استاندارد نترات نقره واکنش داده و رسوب کلرید نقره تشکیل می‌شود. سپس مقدار اضافی یون نقره با استفاده از محلول استاندارد تیوسیانات پتاسیم تیترومی گردد. در حضور شناساگر فریک آمونیوم سولفات، نقطه پایانی واکنش با تشکیل کمپلکس قرمز رنگ بین یون‌های فریک و تیوسیانات مشخص می‌شود. بر اساس مقدار تیوسیانات مصرف‌شده، مقدار یون کلرید و در نتیجه میزان نمک موجود در نمونه محاسبه شد [17].

می‌کند (شکل ۱). آزمایش‌ها در یک مخزن حاوی محلول آب‌نمک با غلظت انجام شدند. نمونه پنیر بر روی یک پایه نگهدارنده قرار داده شد به‌طوری‌که بخش پایینی نمونه در تماس مستقیم با محلول قرار گیرد. برای جلوگیری از ایجاد گرادیان غلظت در محلول و کاهش مقاومت انتقال جرم در فاز مایع، از یک همزن مغناطیسی در کف مخزن استفاده شد تا محلول آب‌نمک به طور یکنواخت مخلوط شود و غلظت نمک در محیط اطراف نمونه تقریباً ثابت باقی بماند [16]. شرایط آزمایش شامل دما، غلظت آب‌نمک و نسبت حجم آب‌نمک به نمونه در آزمایشات کنترل شد. آزمایش‌ها در دمای ۵-۶ درجه سانتی‌گراد انجام گرفت و غلظت آب‌نمک برابر ۰/۲۷ کیلوگرم نمک بر کیلوگرم آب‌نمک در نظر گرفته شد. همچنین نسبت حجم آب‌نمک به حجم نمونه ۱۰:۱ انتخاب شد تا غلظت محلول در طول فرایند نفوذ تقریباً ثابت باقی بماند. تمامی آزمایش‌ها در شرایط یکسان و با سه تکرار

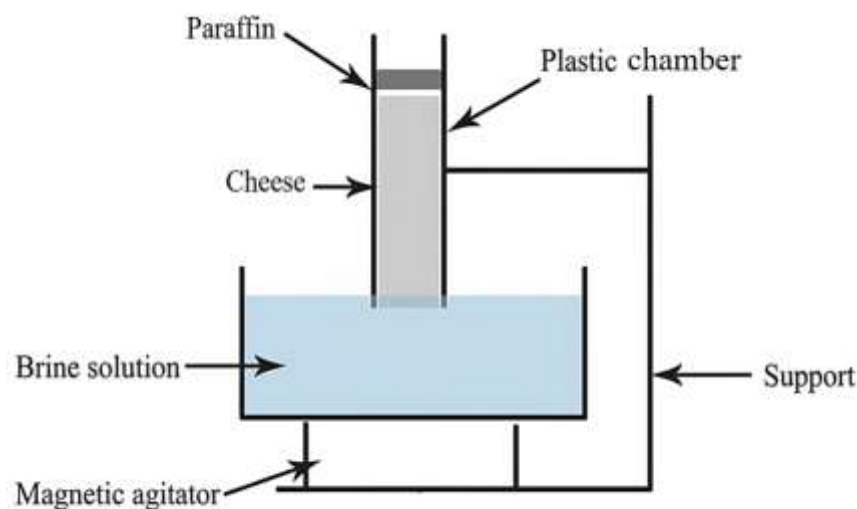


Figure 1. Schematic representation of the experimental setup used for cheese brining experiments

شامل مدل نفوذ^۱، مدل نیمه بی نهایت نفوذ^۲ مدل آزوآرا^۳، مدل پلگ^۴، مدل زوگاراموردی-لوپین^۵ و مدل ویبال^۶ استفاده شد. این مدل‌ها برای پیش‌بینی تغییرات غلظت نمک

۲-۲ مدل‌سازی ریاضی جذب نمک در پنیر

به منظور توصیف سینتیک جذب نمک در پنیر طی فرایند آب‌نمک‌گذاری و تعیین ضریب نفوذ، از ۶ مدل ریاضی

4 -Peleg

5 -Zugarramurdi-Lupin

6 -Weibull

4- Volhard method

1 -Diffusion

2 -Semi-Infinite diffusion

3 -Azura

نمک در پنیر استفاده شد. معادله این مدل به صورت زیر است:

$$C_s = \frac{k_s t C_{s,\infty}}{1 + k_s t} \quad [3]$$

که در آن: C_s غلظت نمک در پنیر، $C_{s,\infty}$ غلظت نمک در حال تعادل، k_s ثابت مدل $(1/h)$ ، t زمان آب نمک گذاری (h) می باشد.

۲-۲-۴ مدل پلگ

مدل پلگ یک مدل تجربی رایج برای توصیف انتقال جرم در مواد غذایی است و برای مدل سازی جذب نمک در پنیر به کار گرفته شد. معادله این مدل به صورت زیر بیان می شود:

$$C_s = \frac{t}{k_{s,1} + k_{s,2}t} \quad [4]$$

که در آن: C_s غلظت نمک در پنیر، $k_{s,1}$ و $k_{s,2}$ ثابت های سرعت مدل، t زمان آب نمک گذاری می باشد.

۲-۲-۵ مدل زوگاراوردی-لوپین

این مدل نیز برای پیش بینی تغییرات غلظت نمک در طول زمان آب نمک گذاری مورد استفاده قرار گرفت. معادله این مدل به صورت زیر است:

$$C_s = C_{s,\infty}[1 - \exp(-k_s t)] + C_{s,0}[\exp(-k_s t)] \quad [5]$$

که در آن: C_s غلظت نمک در پنیر، $C_{s,\infty}$ غلظت نمک در حال تعادل، k_s ثابت مدل $(1/h)$ ، t زمان آب نمک گذاری (h) می باشد.

۲-۲-۶ مدل ویبال

مدل ویبال برای توصیف رفتار غیرخطی سینتیک نفوذ نمک در پنیر طی فرآیند آب نمک گذاری مورد استفاده قرار گرفت. این مدل به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{C_{s,t} - C_{s,0}}{C_{s,\infty} - C_{s,0}} = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_s}\right)^{\beta_s}\right] \quad [6]$$

در پنیر در طول زمان به کار گرفته شدند و کارایی آن ها در توصیف رفتار انتقال جرم در طی فرآیند آب نمک گذاری مورد ارزیابی قرار گرفت [5, 18].

۲-۲-۱ مدل نفوذ

برای تعیین ضریب نفوذ مؤثر نمک در پنیر، از مدل نفوذ مبتنی بر قانون دوم فیک استفاده شد که به طور گسترده برای توصیف پدیده های انتقال جرم در مواد غذایی کاربرد دارد. در این مدل، نمونه های پنیر به صورت صفحه ای با ضخامت مشخص در نظر گرفته شدند و فرض شد انتقال نمک عمده از طریق فاز آبی ماتریس پنیر انجام می شود. حل تحلیلی قانون دوم فیک برای هندسه صفحه ای به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{C_{s,0} - C_{s,t}}{C_{s,0} - C_{s,\infty}} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\frac{D_s (2n+1)^2 \pi^2 t}{L^2}} \quad [1]$$

که در آن: $C_{s,0}$ غلظت اولیه نمک در پنیر (گرم نمک بر گرم کیلوگرم پنیر)، $C_{s,\infty}$ غلظت نمک در حال تعادل (گرم نمک بر گرم کیلوگرم پنیر)، D_s ضریب نفوذ مؤثر نمک در پنیر (m^2/s)، t زمان آب نمک گذاری (s) و L ضخامت نمونه پنیر (m) می باشد.

۲-۲-۲ مدل انتقال جرم نیمه نامتناهی و یک طرفه

$$\frac{C_{s,\infty} - C_{s,t}}{C_{s,\infty} - C_{s,0}} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_s t}}\right) \quad [2]$$

که در آن: $C_{s,0}$ غلظت اولیه نمک در پنیر (گرم نمک بر گرم کیلوگرم پنیر)، $C_{s,\infty}$ غلظت نمک در حال تعادل (گرم نمک بر گرم کیلوگرم پنیر)، D_s ضریب نفوذ مؤثر نمک در پنیر (m^2/s)، تابع خطا، t زمان آب نمک گذاری (s) و L ضخامت نمونه پنیر (m) می باشد [5].

۲-۲-۳ مدل آزوآرا

مدل آزوآرا یک مدل نیمه تجربی برای توصیف سینتیک انتقال جرم در فرآیندهای اسمزی است و برای پیش بینی جذب

۱. انتقال نمک در داخل پنیر عمدتاً از نوع نفوذ مولکولی است.

۲. دما در طول فرایند تقریباً ثابت است.

۳. ضریب نفوذ نمک در پنیر بر اساس نتایج به دست آمده از بخش اول تحقیق و مدل با بیشترین ضریب تبیین و کمترین ریشه میانگین مربعات خطا تعیین شد در بازه زمانی مورد نظر ثابت در نظر گرفته شد.

۴. انتقال جرم در سطح پنیر سریع‌تر از داخل آن است، بنابراین مقاومت اصلی مربوط به نفوذ در بافت پنیر است.

شرایط مرزی و اولیه

$$t = 0 \quad C_S(x, y, 0) = C_{S,0} \quad [8]$$

$$t > 0 \quad \text{at } x = 0 - n \cdot J_S = k_S(C_{S,\infty} - C_{S,t}) \quad [9]$$

$$t > 0 \quad \text{at } x = L \quad \left. \frac{\partial C(x, y, t)}{\partial x} \right| = 0 \quad [10]$$

۱. در زمان شروع فرایند، غلظت نمک در داخل پنیر تقریباً صفر یا مقدار اولیه مشخصی است.

۲. در سطح پنیر، غلظت نمک برابر با غلظت تعادلی با محلول آب نمک فرض می‌شود.

با حل این مدل می‌توان پروفیل توزیع نمک در داخل پنیر در طول زمان، زمان لازم برای رسیدن به غلظت مطلوب نمک و همچنین تأثیر اندازه و شکل پنیر را پیش‌بینی کرد.

۳. ضریب انتقال جرم همرفتی (k_S) با استفاده از فرایند بهینه‌سازی و به کارگیری الگوریتم لونیگ - مارکواریت^۷ تعیین شد؛ به گونه‌ای که مقادیر پارامتر به‌طور خودکار تنظیم گردیدند تا بهترین انطباق میان نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی حاصل شود.

۲-۴ ارزیابی عملکرد مدل‌ها

که در آن: $C_{S,0}$ غلظت اولیه نمک در پنیر، $C_{S,\infty}$ غلظت نمک در حال تعادل، α_S و β_S ضرایب مدل و t زمان آب نمک‌گذاری می‌باشد.

۲-۳ مدل عددی توسعه داده شده

در فرایند آب نمک‌گذاری، انتقال نمک از محلول آب نمک به درون بافت پنیر عمدتاً از طریق پدیده نفوذ مولکولی انجام می‌شود. به دلیل وجود گرادیان غلظت میان سطح پنیر که در تماس مستقیم با محلول آب نمک قرار دارد و نواحی مرکزی پنیر، نمک به تدریج در ساختار متخلخل و مرطوب پنیر نفوذ کرده و در طول زمان در سراسر حجم آن توزیع می‌شود. این فرایند نقش مهمی در تعیین ویژگی‌های فیزیکوشیمیایی، بافتی و حسی پنیر ایفا می‌کند. برای توصیف ریاضی این پدیده، از قانون دوم فیک برای انتقال جرم در حالت دوبعدی استفاده شد که تغییرات زمانی و مکانی غلظت نمک را به ضریب نفوذ مؤثر نمک در بافت پنیر مرتبط می‌کند [6, 19]. این معادله امکان پیش‌بینی نحوه انتشار نمک در داخل ماتریس پنیر را در طول فرایند آب نمک‌گذاری فراهم می‌سازد. به منظور شبیه‌سازی عددی و حل معادلات حاکم، از نرم‌افزار COMSOL Multiphysics نسخه ۶.۰ استفاده شد. در این راستا، هندسه نمونه پنیر تعریف و دامنه محاسباتی با استفاده از روش المان محدود مش‌بندی گردید. برای افزایش دقت محاسبات، شبکه‌ای شامل ۲۰۵۴ المان مثلثی به کار گرفته شد که امکان تحلیل مناسب توزیع مکانی غلظت نمک در داخل پنیر را فراهم ساخت.

فرم کلی معادله به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\frac{dC_S}{dt} = D_S \left(\frac{d^2 C_S}{dx^2} + \frac{d^2 C_S}{dy^2} \right) \quad [7]$$

که در آن، C غلظت نمک در پنیر، t زمان، D ضریب نفوذ مؤثر نمک در پنیر می‌باشد. در این مدل فرض شد که

ضعیف‌تری ارائه داد که می‌تواند ناشی از محدودیت‌های هندسی و فرض ضریب نفوذ ثابت در ساختار ناهمگن پنیر باشد [3].

از سوی دیگر، مدل‌های آزوآرا، پلگ، ویبال و زوگاراموردی-لوپین مدل‌های تجربی-سیتیکی هستند که برخلاف مدل‌های بنیادی، بر معادلات فیزیکی صریح تکیه نمی‌کنند و بیشتر برای برازش داده‌ها استفاده می‌شوند. در این گروه، مدل ویبال با مقادیر ضریب تبیین 0.996 و ریشه میانگین مربعات خطا 0.004 بالاترین دقت را داشت که نشان‌دهنده انعطاف بالا و توانایی آن در توصیف رفتارهای غیرخطی جذب نمک است. مدل پلگ نیز عملکرد بسیار مناسبی داشت و توانست مراحل اولیه نفوذ و رسیدن به تعادل را به خوبی مدل‌سازی کند. مدل آزوآرا با وجود تطابق مناسب ($R^2=0.994$) نسبت به دو مدل قبلی دقت کمتری داشت، در حالی که مدل زوگاراموردی-لوپین با پایین‌ترین دقت در میان مدل‌های تجربی، کمترین انطباق را با داده‌ها نشان داد.

از نظر اهمیت کاربردی، مدل‌های بنیادی مانند مدل نیمه‌بی‌نهایت ارزش علمی بیشتری دارند زیرا امکان استخراج پارامترهای فیزیکی مانند ضریب نفوذ را فراهم می‌کنند و قابلیت تعمیم‌پذیری بالاتری دارند. در مقابل، مدل‌های تجربی گرچه از نظر آماری برازش بهتری ارائه می‌دهند، اما وابسته به شرایط خاص آزمایش بوده و برای پیش‌بینی رفتار تحت شرایط متفاوت محدودیت دارند. با توجه به ماهیت انتقال نمک در این آزمایش-نفوذ از یک سطح و از طرف دیگر سطح غیرقابل نفوذ-عملکرد مدل نیمه‌بی‌نهایت نه تنها قابل انتظار، بلکه از نظر اصول فیزیکی نیز قابل اتکا است و همین موضوع سبب می‌شود که این مدل علاوه بر دقت بالا، از نظر تبیین سازوکار انتقال نیز معتبرترین گزینه باشد. در مجموع، اگر هدف تحلیل رفتار فیزیکی و استخراج پارامترهای بنیادی باشد، مدل نیمه‌بی‌نهایت بهترین انتخاب است؛ اما اگر هدف پیش‌بینی دقیق داده‌ها باشد، مدل ویبال و پلگ دقت بیشتری ارائه می‌دهند [20].

به منظور ارزیابی دقت مدل‌ها در پیش‌بینی داده‌های تجربی، از ضریب تبیین R^2 و ریشه میانگین مربعات خطا⁹ (RMSE) استفاده شد [19].

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad [11]$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_{Predicted} - C_{Observed})^2} \quad [12]$$

که در رابطه ضریب تبیین، SSE و SST به ترتیب مجموع مربعات ناشی از خطا و مجموع کل مربعات را نشان می‌دهند. در معادله ریشه میانگین مربعات خطا نیز n تعداد داده‌های آزمایشی و $C_{predicted}$ و $C_{observed}$ به ترتیب مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل و مقادیر تجربی هستند.

۳- نتایج و بحث

نتایج حاصل از برازش مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که دقت مدل‌های تحلیلی و تجربی در توصیف انتقال نمک در پنیر تفاوت قابل توجهی دارد و این اختلاف را می‌توان بر اساس ماهیت بنیادی یا تجربی بودن مدل‌ها تفسیر کرد (شکل ۲). مدل نفوذ و مدل نیمه‌بی‌نهایت جزء مدل‌های تحلیلی و بنیادی هستند که مستقیماً از معادلات فیزیکی انتقال جرم (قانون دوم فیک) استخراج شده‌اند و قابلیت توصیف رفتار واقعی سیستم را بر اساس اصول فیزیکی دارند؛ در میان این گروه، مدل نیمه‌بی‌نهایت با ضریب نفوذ 5×10^{-7} مترمربع بر ثانیه عملکرد بسیار بهتری نسبت به مدل نفوذ کلاسیک نشان داد. شرایط آزمایش، یعنی قرار گرفتن یک سطح نمونه در تماس با آب نمک و عایق بودن سمت دیگر، کاملاً با فرضیات مدل نیمه‌بی‌نهایت همخوان است؛ بنابراین دقت بسیار بالای آن قابل انتظار بوده و نشان می‌دهد که این مدل قادر است رفتار نفوذی سیستم را به شکل واقع‌گرایانه توصیف کند. در مقابل، مدل نفوذ معمولی با ضریب تبیین کمتر و ریشه میانگین مربعات خطای بزرگتر (0.96 و 0.011) تطابق

9 -Root mean square error

8 -Coefficient of determination

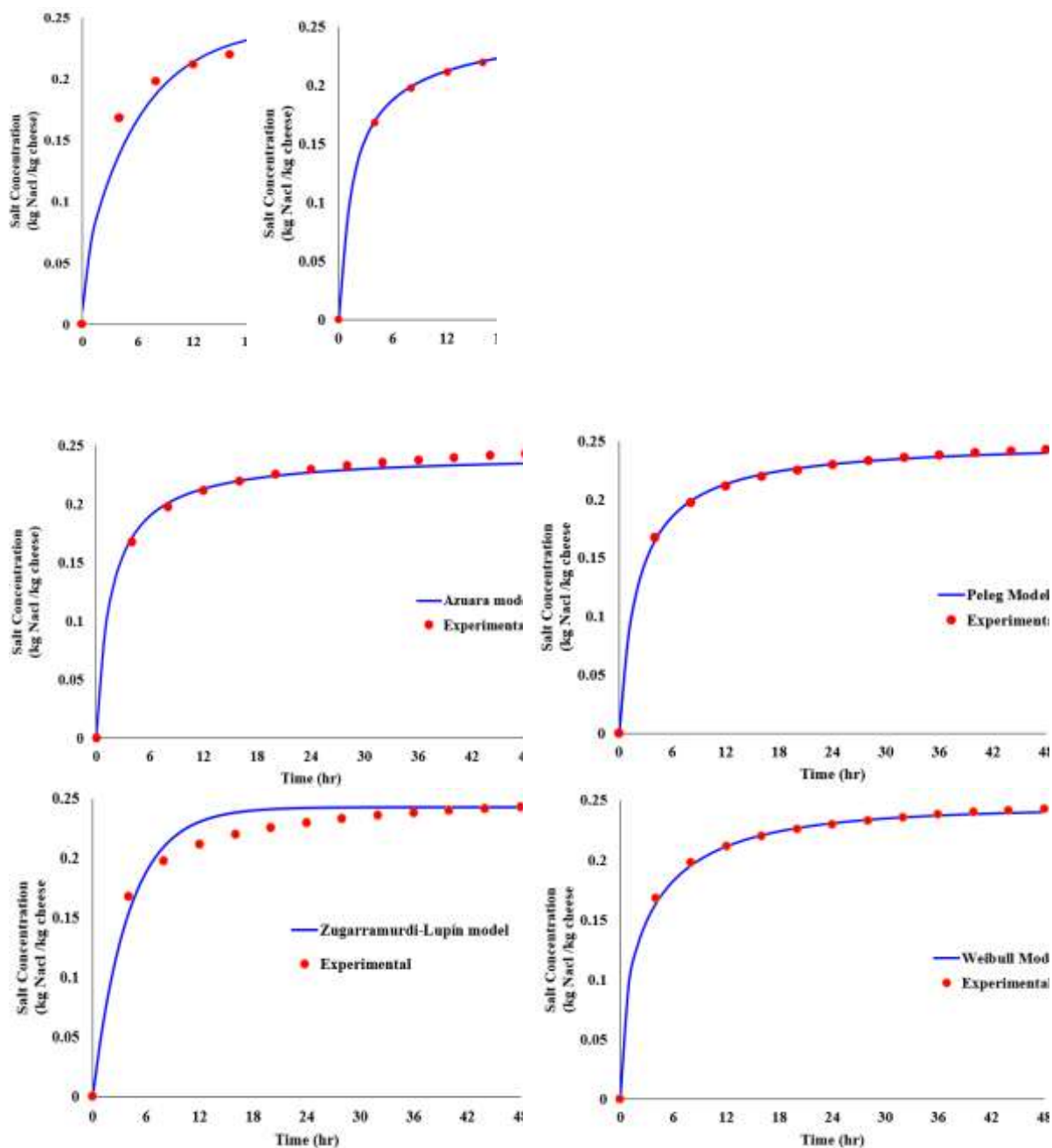


Figure 2. Comparison between experimental salt concentration and model-predicted values during cheese brining using different mass transfer models (Diffusion, Semi-infinite, Azuara, Peleg, Zugarramurdi–Lupín, and Weibull).

Table 1. Estimated parameters and goodness-of-fit statistics of mass transfer models for salt uptake in cheese during brining.

Model	Parameter	Value
Diffusion Model	D (m ² /h)	1.8×10^{-7}
	R ²	0.960
	RMSE	0.011
Semi-infinite Model	D (m ² /h)	5.0×10^{-7}
	R ²	0.999
	RMSE	0.001

Azuara Model	k_s	0.009
	R^2	0.994
	RMSE	0.004
Peleg Model	$k_{s,1}$	500.5
	$k_{s,2}$	3.95
	R^2	0.998
	RMSE	0.002
Zugarramurdi-Lupín Model	k_s	0.004
	R^2	0.979
	RMSE	0.0133
	α	3.31
Weibull Model	β	0.55
	R^2	0.996
	RMSE	0.0004

نمک به نواحی عمیق‌تر پنیر در این بازه است. با افزایش زمان فرآیند به ۲۲ و ۳۰ روز، جبهه نفوذ به لایه‌های داخلی‌تر پیشروی کرده و شیب منحنی‌ها کاهش می‌یابد که بیانگر انتقال تدریجی جرم است. در طولانی‌ترین زمان‌های شبیه‌سازی شده یعنی ۳۸ و ۴۶ روز، غلظت نمک در نواحی داخلی به‌طور قابل‌توجهی افزایش می‌یابد، هرچند در اعماق بیش از ۱۰ سانتی‌متر همچنان در مقدار پایینی باقی می‌ماند. این نتایج عددی نشان می‌دهند که نفوذ نمک در پنیر یک فرآیند زمان‌بر و تدریجی است که در آن با نفوذ عمیق‌تر نمک در طول چندین هفته، گرادیان غلظت کاهش می‌یابد. این پروفیل اصلاح‌شده با رفتار فیزیکی مورد انتظار در فرآیند نمک‌زنی پنیر مطابقت دارد و پیش‌بینی واقع‌بینانه‌ای از توزیع نمک در طول دوره طولانی برینینگ (شوراب‌گذاری) ارائه می‌دهد.

پروفیل توزیع غلظت نمک در طول ضخامت پنیر در زمان‌های مختلف، از طریق حل قانون دوم فیک با استفاده از روش اجزای محدود در نرم‌افزار کامسول (COMSOL) شبیه‌سازی شد. نتایج شبیه‌سازی که در شکل ۳ ارائه شده است، نشان می‌دهد که در تمامی بازه‌های زمانی، بیشترین غلظت نمک در سطح در تماس با محلول آب‌نمک ($x = 0$) رخ می‌دهد و در این ناحیه ثابت باقی می‌ماند. از این مرز به بعد، غلظت نمک با افزایش فاصله از سطح به درون ماتریس پنیر به تدریج کاهش می‌یابد که این امر تأیید می‌کند انتقال نمک یک فرآیند کنترل‌شونده توسط نفوذ است که توسط گرادیان غلظت بین محلول آب‌نمک و نواحی داخلی هدایت می‌شود. در مراحل اولیه فرآیند، به‌ویژه در روزهای ۶ و ۱۴، نفوذ نمک محدود به لایه‌های محیطی است و پروفیل‌های غلظت دارای شیب تندی هستند که نشان‌دهنده عدم نفوذ

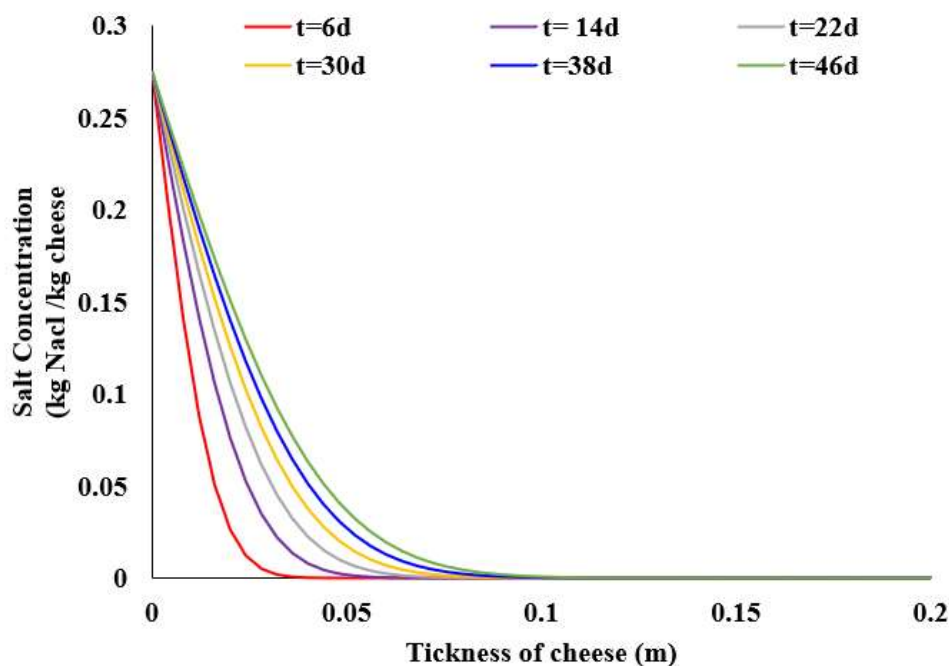


Figure 3. Predicted salt concentration profiles across the cheese thickness at different brining times (6–46 h) based on the diffusion model developed by COMSOL Software

کرده و عمق نفوذ به حدود ۴ تا ۵ سانتی متر می‌رسد. تا پایان دوره شبیه‌سازی شده (۴۸ روز)، توزیع نمک تقریباً به نیمی از کل ضخامت نمونه رسیده است. اگرچه غلظت نمک در نواحی داخلی افزایش یافته است، اما همچنان گرادیان قابل توجهی نسبت به سطح وجود دارد که نشان می‌دهد حتی پس از گذشت چندین هفته، سیستم هنوز به تعادل کامل نفوذ نرسیده است. الگوی مشاهده‌شده به‌وضوح بازتاب‌دهنده پیشروی کند جبهه نفوذ نمک به سمت بخش‌های داخلی نمونه بوده و با رفتار فیزیکی مورد انتظار در فرآیندهای انتقال جرم هدایت‌شونده توسط گرادیان غلظت در یک ماتریس غذایی متراکم، کاملاً مطابقت دارد.

شکل ۴ نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی دوبعدی قانون دوم فیک در نرم‌افزار کامسول را نشان می‌دهد که توزیع غلظت نمک در پنیر را در چهار زمان منتخب ۱، ۵، ۲۰ و ۴۸ روز به تصویر می‌کشد. همان‌طور که در نمودارهای کانتوری مشاهده می‌شود، در مراحل اولیه فرآیند (روزهای ۱ و ۵)، نفوذ نمک کاملاً محدود به لایه‌های مرزی نازک در نزدیکی سطح در تماس با محلول آب‌نمک است و بخش اعظم ضخامت نمونه همچنان دارای غلظت صفر یا نزدیک به صفر می‌باشد. این امر بیانگر وجود یک گرادیان غلظت بسیار شدید بوده و تأکید می‌کند که نفوذ مولکولی در مراحل اولیه یک مکانیسم انتقال کند است. با پیشروی زمان تا ۲۰ روز، جبهه نمک به‌وضوح به اعماق بیشتری از ماتریس پنیر نفوذ

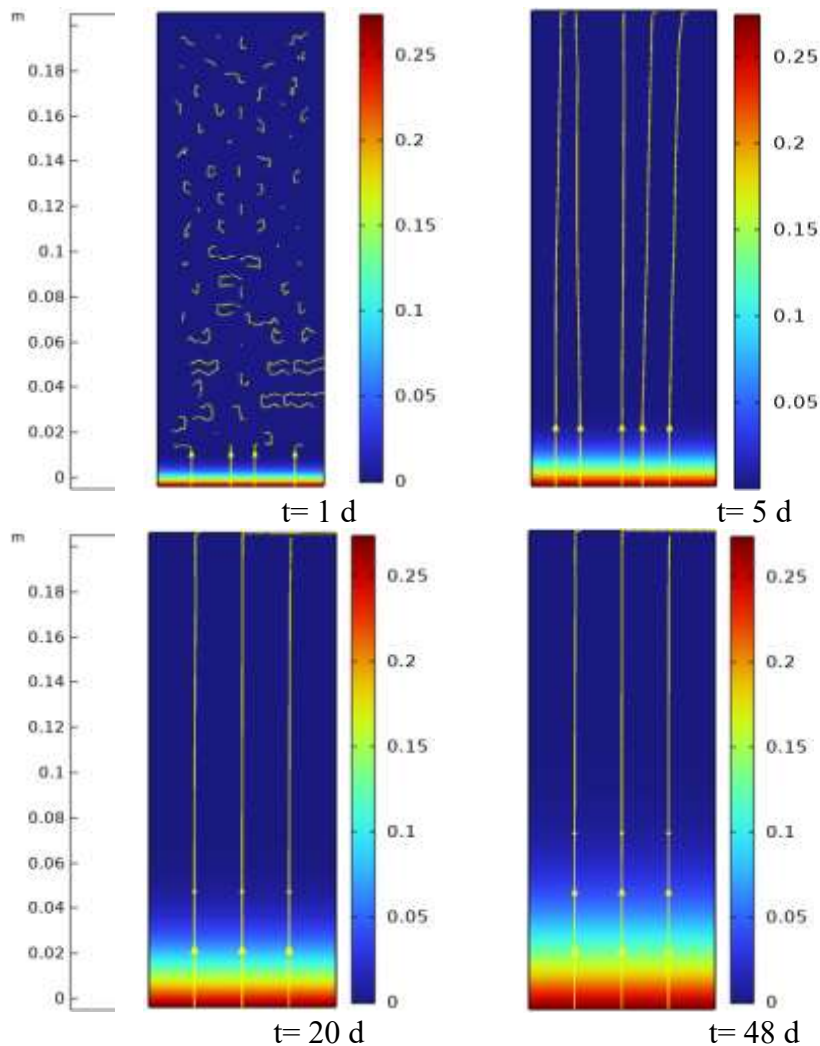


Figure 4. Two-dimensional numerical simulation of salt diffusion in cheese at four brining times.

پروپیل غلظت به وضوح به سمت بخش های داخلی گسترش می یابد که نشان دهنده پیشروی تدریجی جبهه نفوذ است. با این حال، حتی در پایان روز ۴۸ام، غلظت نمک تنها در ۱۰ سانتی متر اول ضخامت شروع به افزایش محسوس می کند و نواحی عمیق تر تا حد زیادی دست نخورده باقی می ماند. این رفتار، مقاومت بالای انتقال جرم در ماتریس متراکم پنیر را برجسته کرده و تأیید می کند که اگرچه زمان یک عامل تعیین کننده است، اما نفوذ مولکولی نمک فرآیندی بسیار کند می باشد. الگوی سه بعدی مشاهده شده ثابت می کند که انتقال نمک عمدتاً توسط نفوذ مولکولی فیک هدایت می شود و دستیابی به توزیع یکنواخت نمک، مستلزم زمانی بسیار طولانی تر از بازه ۴۸ روزه شبیه سازی شده است.

شکل ۵ یک نمودار سطحی سه بعدی را نشان می دهد که تغییرات غلظت نمک در پنیر را به عنوان تابع دوگانه ای از زمان برینینگ (روز) و فاصله از سطح (ضخامت) به تصویر می کشد. گرادیان رنگی در این شکل، تکامل فرآیند نفوذ را در طول یک دوره ۴۸ روزه به خوبی نشان می دهد. در ابتدای فرآیند، افزایش شدید غلظت نمک صرفاً در بخش مشترک سطحی ($x=0$) متمرکز است، در حالی که بخش اعظم سطح سه بعدی در محدوده پایه (ناحیه بنفش/سرمه ای) باقی مانده است که نشان دهنده مغز نمک زنی نشده پنیر است. این تفاوت فاحش بین سطح اشباع شده و بخش های داخلی، گرادیان غلظت اولیه ای را ایجاد می کند که نیروی محرکه اصلی انتقال جرم است. با افزایش زمان فرآیند از ۱ به ۴۸ روز، «شیب»

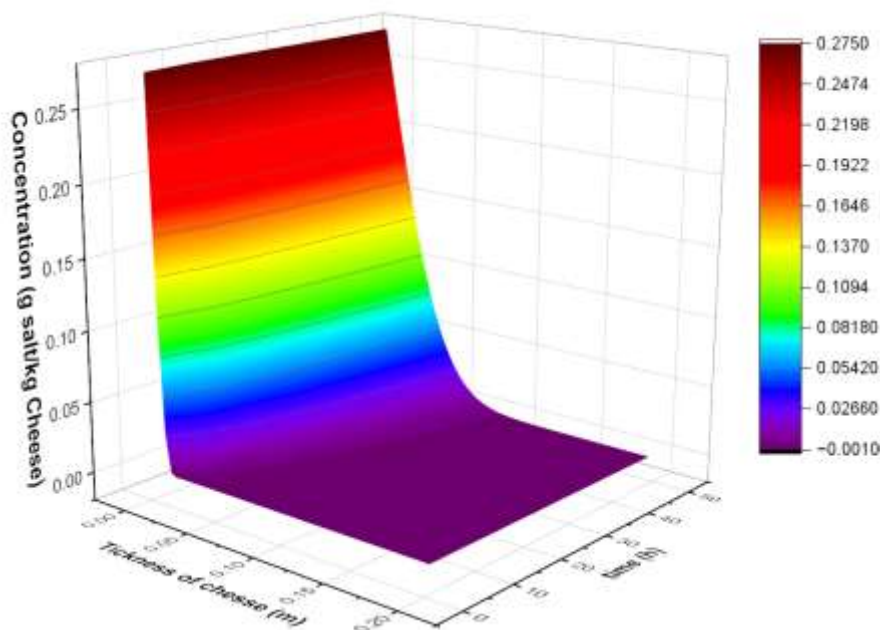


Figure 5. Three-dimensional surface plot illustrating the variation of salt concentration in cheese as a function of brining time and sample thickness

۴- نتیجه گیری

مرکز پنیر بسیار بالا بود؛ با این حال، با پیشروی زمان به سمت ۴۸ روز، این گرادیان با حرکت جبهه نمک به اعماق ماتریس، شروع به تعدیل نمود. الگوهای حاصل از شبیه‌سازی‌های دوبعدی و سه‌بعدی نیز به‌وضوح پیشروی کند جبهه نفوذ نمک را نشان دادند که با رفتار فیزیکی مورد انتظار یک فرآیند کنترل‌شونده توسط نفوذ در یک ماتریس پروتئینی متراکم مطابقت دارد. به‌طور کلی، یافته‌های این مطالعه نشان می‌دهد که تلفیق قوانین بنیادی، مدل‌های تجربی و شبیه‌سازی عددی می‌تواند چارچوبی جامع برای تحلیل و پیش‌بینی انتقال نمک در پنیر ارائه دهد. چنین رویکردی نه تنها به درک بهتر مکانیسم‌های انتقال جرم در ماتریس پیچیده پنیر کمک می‌کند، بلکه می‌تواند به عنوان ابزاری مؤثر برای طراحی و بهینه‌سازی پروتکل‌های صنعتی آب نمک گذاری مورد استفاده قرار گیرد و از این طریق، یکنواختی توزیع نمک و کیفیت محصول نهایی را بهبود بخشد.

دسترس‌ی به داده‌ها

مجموعه داده‌هایی که در طول این مطالعه تولید شده و/یا مورد تحلیل قرار گرفته‌اند، در صورت درخواست از نویسنده مسئول قابل دریافت هستند.

در این پژوهش، سینتیک جذب نمک در پنیر سفید طی فرایند آب‌نمک‌گذاری با استفاده از مجموعه‌ای از مدل‌های بنیادی و تجربی مورد بررسی قرار گرفت و در ادامه یک مدل عددی مبتنی بر قانون دوم فیک برای شبیه‌سازی توزیع نمک در بافت پنیر توسعه داده شد. نتایج نشان داد که مدل‌های مختلف از نظر توانایی توصیف رفتار انتقال نمک عملکرد متفاوتی دارند. در میان مدل‌های بنیادی، مدل نیمه‌بی‌نهایت به دلیل تطابق مناسب با شرایط آزمایش و فرض نفوذ یک‌طرفه، بهترین برازش را با داده‌های تجربی ارائه داد و توانست ضریب نفوذ مؤثر نمک را با دقت بالایی برآورد کند. در میان مدل‌های تجربی، مدل ویبال و مدل پلگ بیشترین دقت آماری را در پیش‌بینی تغییرات غلظت نمک در طول زمان داشتند که نشان‌دهنده انعطاف‌پذیری بالای این مدل‌ها در توصیف رفتار غیرخطی فرایند جذب نمک است.

شبیه‌سازی‌های عددی انجام‌شده در نرم‌افزار کامسول فراتر از آن نشان داد که توزیع نمک در پنیر به‌شدت تابع زمان است و نفوذ نمک به تدریج از سطح در تماس با محلول آب‌نمک به سمت لایه‌های داخلی در طول چندین هفته صورت می‌گیرد. در مراحل اولیه فرآیند، گرادیان غلظت بین سطح و

تضاد منافع

محسن دلوی اصفهان: مدیریت پروژه، مفهوم پردازی، روش شناسی، گردآوری داده‌ها، اعتبارسنجی، نگارش - بازبینی و ویرایش.

نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه منافع مالی رقابتی شناخته‌شده یا روابط شخصی که بتواند بر کار گزارش شده در این مقاله تأثیر گذاشته باشد، ندارند.

مشارکت نویسندگان

۵-منابع

- [1] Guinee T. P. (2004). Salting and the role of salt in cheese. *International Journal of Dairy Technology*, 57(2-3), 99-109.
- [2] Guinee T. P., & Sutherland, B. J. (2011). Cheese | Salting of Cheese. In J. W. Fuquay (Ed.), *Encyclopedia of Dairy Sciences (Second Edition)* (pp. 595-606). San Diego: Academic Press.
- [3] Bisig W., Arias-Roth, E., Fröhlich-Wyder, M. T., Guggisberg, D., Jakob, E., Sheehan, J. J., & Skeie, S. (2025). Chapter 13 - Salt in Cheese: Physical, Chemical, Biological, and Sensory Aspects—Water Activity☆☆This is a revised and partly newly written version of the previous 4th edition by Timothy P. Guinee and Patrick F. Fox. In P. L. H. McSweeney, P. D. Cotter, D. W. Everett & R. Govindasamy-Lucey (Eds.), *Cheese (Fifth Edition)* (pp. 349-406). San Diego: Academic Press.
- [4] Stolle T., Grondinger, F., Dunkel, A., & Hofmann, T. (2018). Quantitative proteomics and SWATH-MS to elucidate peri-receptor mechanisms in human salt taste sensitivity. *Food Chemistry*, 254, 95-102.
- [5] Pajonk A. S., Saurel, R., & Andrieu, J. (2003). Experimental study and modeling of effective NaCl diffusion coefficients values during Emmental cheese brining. *Journal of Food Engineering*, 60(3), 307-313.
- [6] Turhan M., & Kaletunç, G. (1992). Modeling of Salt Diffusion in White Cheese during Long-Term Brining. *Journal of Food Science*, 57(5), 1082-1085.
- [7] Guggisberg D., Bisig, W., Loosli, F., Stoop, R., Schmidt, R. S., & Fröhlich-Wyder, M.-T. (2025). Optimizing NaCl uptake in experimental Emmentaler cheese: Effects of brining concentration, temperature, and duration. *International Dairy Journal*, 170, 106383.
- [8] Guinee T. P., & Fox, P. F. (2017). Chapter 13 - Salt in Cheese: Physical, Chemical and Biological Aspects. In P. L. H. McSweeney, P. F. Fox, P. D. Cotter & D. W. Everett (Eds.), *Cheese (Fourth Edition)* (pp. 317-375). San Diego: Academic Press.
- [9] Melilli C., Barbano, D. M., Licitra, G., Tumino, G., Farina, G., & Carpino, S. (2003). Influence of Presalting and Brine Concentration on Salt Uptake by Ragusano Cheese1. *Journal of Dairy Science*, 86(4), 1083-1100.
- [10] Alehosseini A., Sharma, P., & Sheehan, J. J. (2023). Application of a dairy-based model system for mathematical mapping of diffusion of salt within rennet induced micellar casein concentrate matrices. *Journal of Food Engineering*, 341, 111263.
- [11] Pastorino A. J., Hansen, C. L., & McMahon, D. J. (2003). Effect of Salt on Structure-Function Relationships of Cheese1. *Journal of Dairy Science*, 86(1), 60-69.
- [12] Gerla P. E., & Rubiolo, A. C. (2003). A model for determination of multicomponent diffusion coefficients in foods. *Journal of Food Engineering*, 56(4), 401-410.
- [13] Giroux H. J., Lemaire, N., & Britten, M. (2022). Effect of cheese composition and cheese-making conditions on salt and moisture transfer during brining. *International Dairy Journal*, 129, 105325.
- [14] Sánchez E. S., Simal, S., Femenia, A., Benedito, J., & Rosselló, C. (1999). Influence of ultrasound on mass transport during cheese brining. *European Food Research and technology*, 209(3), 215-219.
- [15] Fröhlich-Wyder M.-T., Bisig, W., Guggisberg, D., Bachmann, H.-P., Guggenbühl, B., Turgay, M., & Wechsler, D. (2022). Swiss-Type Cheeses☆. In P. L. H. McSweeney & J. P. McNamara (Eds.), *Encyclopedia of Dairy Sciences (Third Edition)* (pp. 386-399). Oxford: Academic Press.
- [16] Luo J., Pan, T., Guo, H. Y., & Ren, F. Z. (2013). Effect of calcium in brine on salt diffusion and water distribution of Mozzarella cheese during brining. *Journal of Dairy Science*, 96(2), 824-831.
- [17] Beljaars P. R., & Horwitz, W. (1985). Comparison of the Volhard and potentiometric methods for the determination of chloride in meat products: collaborative study. *J Assoc Off Anal Chem*, 68(3), 480-484.
- [18] Chávez E. I., & Vélez-Ruiz, J. F. (2009). Effect of the Salting Process on the Mass Transfer Kinetics of Manchego-type Cheese. *International Journal of Food Properties*, 12(4), 791-807.
- [19] Dalvi-Isfahan M. (2020). A comparative study on the efficiency of two modeling approaches for predicting moisture content of apple slice during drying. *Journal of Food Process Engineering*, 43(11), e13527.
- [20] Dalvi-Isfahan M. (2023). Mathematical modeling for investigating the effect of single-sided flipping on moisture, fat content, and safety of hamburger patty. *Journal of Food Process Engineering*, 46(12), e14450.



Scientific Research

Investigation of Salt Uptake Kinetics in White Cheese Using Mass Transfer Models and Numerical Simulation

Mohsen Dalvi-Isfahan*

Department of Food Science and Technology, Faculty of Agriculture, Jahrom University,
Jahrom, Iran

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Article History:

Received: 2026/03/29

Review: 2026/04/30

Accepted: 2026/05/19

Keywords:

Cheese,

Brining,

Mass transfer,

Kinetic modeling,

Numerical simulation

DOI: 10.48311/fsct.2026.119728.83093

*Corresponding Author E-

Dalvi@jahromu.ac.ir,
mohsen.Dalvi@gmail.com

Salting is one of the most important stages in cheese production, significantly influencing the rheological, microbiological, and sensory properties of the final product. In cheese, controlling salt uptake and distribution is particularly important because its porous structure and high moisture content make it highly sensitive to osmotic changes. To analyze the kinetics of salt uptake, six mathematical models were applied in this study, including the diffusion model, semi-infinite model, Azuara model, Peleg model, Zugarramurdi–Lupin model, and Weibull model. The salt diffusion experiments were designed under one-dimensional conditions in order to be consistent with the assumptions of analytical models, particularly the semi-infinite diffusion model. Salt concentration was measured at 4-hour intervals using the Volhard titration method. The results indicated that the semi-infinite model provided the highest accuracy among the theoretical models ($R^2 = 0.999$), while the Weibull model showed the best performance among the empirical models ($R^2 = 0.996$). The classical diffusion model exhibited the lowest accuracy due to the assumption of a constant diffusion coefficient and its limited compatibility with the experimental geometry. In addition, numerical simulation based on the solution of Fick's second law using COMSOL software demonstrated that the salt diffusion front gradually progresses from the surface toward the interior over time, leading to a more uniform concentration distribution within the cheese. These findings indicate that appropriate modeling can serve as an effective tool for predicting salt mass transfer behavior and optimizing the cheese brining process.