



مقاله علمی-پژوهشی

مدلسازی ریاضی برای انتقال حرارت در میوه زیتون

محسن دلوی اصفهان

۱- استادیار گروه علوم و صنایع غذایی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه جهرم، جهرم، ایران

| اطلاعات مقاله                                                                                                           | چکیده                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>تاریخ های مقاله :</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹</p> <p>تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۱۴</p>                                 | <p>هدف از این مطالعه توسعه یک مدل عددی است که بتواند دمای میوه زیتون را در طی فرآیند حرارتی با شبیه سازی انتقال حرارت در مختصات کروی را تخمین بزند. در گام اول، خواص ترموفیزیکی میوه زیتون اندازه گیری یا برآورد شد. معادله انتقال حرارت با استفاده از روش تفاضل محدود شبکه ثابت با شمای طرح صریح حل شد. میانگین قطر هندسی محصول برابر با ۱۸/۱۸ میلی متر، دانسیته توده ۵۵۶ کیلوگرم بر متر مکعب، تخلخل ۴۸٪ و گرمای ویژه زیتون برابر با ۳۱۸۰ کیلوژول بر کیلوگرم تخمین زده شد. هدایت حرارتی میوه زیتون با روش معکوس تعیین شد که مقدار آن برابر با ۰/۴۴ وات بر متر درجه سانتیگراد بود. مدل با مقایسه مقادیر پیش بینی شده با پروفیل های دمای تجربی به دست آمده در طی فرایند حرارتی میوه (ضریب همبستگی بیشتر از ۰/۹۹ و میانگین مجذور خطا کمتر از ۱/۸ درجه سانتیگراد) تأیید شد. نتایج ضریب حساسیت نشان داد که در بین پارامترهای مختلف موثر بر انتقال حرارت محصول، مهمترین عوامل به ترتیب دمای محیط گرمایشی و قطر محصول می باشد. نتایج نشان داد که این مدل در شبیه سازی فرآوری حرارتی میوه زیتون موثر است. نتایج این تحقیق می تواند برای بهینه سازی فرایند پاستوریزاسیون میوه زیتون مورد استفاده قرار گیرد.</p> |
| <p>کلمات کلیدی:</p> <p>میوه زیتون،</p> <p>فرایند حرارتی،</p> <p>مدل سازی عددی.</p>                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <p>DOI:10.22034/FSCT.21.149.159.</p> <p>* مسئول مکاتبات:</p> <p>mohsen.dalvi@gmail.com.-</p> <p>dalvi@jahromu.ac.ir</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

## ۱-مقدمه

زیتون متعلق به خانواده Oleaceae، جنس Olea و گونه europaea می باشد. میوه زیتون حاوی ترکیبات فنلی از جمله اسیدهای فنولیک، فنل های ساده، توکوفرول ها، سکوئیریدوئیدها<sup>۱</sup> و فلاونوئیدها هستند. این ترکیبات دارای خواص ضد سرطان زا، ضد جهش، ضد گلیسمی و آنتی اکسیدانی هستند. در حال حاضر بیشترین اهمیت این میوه در تولید روغن خوراکی و در مرحله بعد تهیه کنسرو از این میوه می باشد. به دلیل وجود ترکیبات فنولیک با ساختار تلخ در این میوه (اولئوروپین)، برای تهیه زیتون کنسروی، در گام اول باید زیتون در محلول های قلیایی<sup>۲</sup> خیسانده شود و در مرحله بعد باید چندین بار شستشو و در نهایت برای طعم دار کردن تحت تخمیر که به طور طبیعی در محلول آب نمک رخ می دهد، قرار گیرد [۱].

کنسرو کردن یک فرآیند رایج برای نگهداری میوه زیتون در صنایع غذایی است. در هنگام کنسرو کردن، غذاها در ظروف دربسته آب بندی<sup>۳</sup> می شوند و در اثر حرارت پاستوریزه می شوند. در واقع هدف اصلی از این فرایند حرارتی، از بین بردن میکروارگانیسم ها و غیرفعال کردن آنزیم هایی است که وجود آنها باعث فساد غذا و نامناسب شدن غذا برای مصرف می شود [۲].

با این حال، فرایند حرارتی اعمال شده بر محصول چون در اغلب مواقع از شرایط بهینه فاصله دارد می تواند به فراوری ناقص<sup>۴</sup> محصول منجر شود که در نتیجه احتمال بقاء میکروارگانیسم ها و فساد محصول را باعث خواهد شد. از طرف دیگر به دنبال فراوری بیش از حد محصول<sup>۵</sup>، کاهش کیفیت فرآورده، از جمله کاهش ارزش غذایی، کاهش ترکیبات فعال زیستی، نرم شدن بافت و از دست دادن رنگ سبز زیتون را می توان انتظار داشت [۳].

مدلسازی انتقال حرارت یک رویکرد ریاضی برای شبیه سازی توزیع دما و شار گرما در یک محصول غذایی در طول پردازش حرارتی است. به کارگیری این مدل ها می تواند

به بهینه سازی پارامترهای فرآیند، مانند زمان و دما برای اطمینان از ایمنی و کیفیت غذا کمک کند. در طی فرآیند حرارتی، دمای داخل غذا به زمان و همچنین به موقعیت داخل سیستم غذایی بستگی دارد. فرض بر این است که انتقال حرارت در غذاهای جامد و نیمه جامد مانند میوه ها، محلول های ویسکوز، پوره ها، کنسانتره ها از طریق هدایتی انجام می شود. برای این غذاها از حل های تحلیلی یا عددی معادلات هدایت گرما (قانون دوم فوریه) برای تعیین زمان فراوری مناسب استفاده می شود [۴]. در میوه های هسته دار<sup>۶</sup>، فرایند حرارتی با محصولات جامد کمی متفاوت است. در واقع، میوه های هسته دار مانند زیتون، گیلاس، آلو و غیره هندسه های تقریباً کروی یا بیضی شکل دارند، اما داخل آنها حاوی هسته ای از جنس لیگنین (دانه) وجود دارد که ویژگی های ترموفیزیکی آن با بخش خوراکی متفاوت است. علاوه بر این، سطح تماس بین این دانه و پالپ در عمل عمیق ترین نقطه ای است که در میوه می توان به آن رسید و نقش مرکز حرارتی را ایفا می کند که در اجسام جامد همگن با مرکز هندسی نشان داده می شود [۵].

اگر چه تحقیقات زیادی در خصوص فرایند حرارتی میوه های هسته دار در سطح جهانی انجام شده است، اما پژوهش های کمی در در کشورمان صورت گرفته است و در سطح صنعتی نیز بهینه سازی فرایند معمولاً بر اساس آزمون و خطا صورت می پذیرد. این در حالی است که با بهینه سازی این فرایند می توان ضمن داشتن اطمینان از سلامتی مصرف کننده، مدت زمان فرایند را هم کاهش داد و در عین حال از افت ارزش غذایی و تخریب ویژگی های کیفی محصول (نرم شدن محصول و یا از دست رفتن رنگ مطلوب) نیز جلوگیری کرد. بنابراین هدف اصلی این تحقیق، توسعه یک مدل عددی انتقال حرارت برای فرایند حرارتی میوه زیتون می باشد. نتایج حاصل از این تحقیق در مرحله بعد برای

4 Under-processing  
5 Over-processing  
6 Stone fruit

1 Secoiridoids  
2 Lye- solution  
3 Seal

$$\varphi = \frac{(LWT)^{1/3}}{L} \quad (۳)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt[3]{D^2 L} \quad (۴)$$

$$\varepsilon = 100 \left( 1 - \frac{\rho_b}{\rho_t} \right) \quad (۵)$$

## ۲-۲- تعیین خصوصیات ترموفیزیکی

### ۲-۲-۱ دانسیته

چگالی ظاهری (توده) میوه های زیتون با وزن کردن مقدار مشخصی (۱۰۰ گرم) از میوه های زیتون پر شده در داخل یک جعبه با حجم مشخص اندازه گیری شد و با تقسیم جرم میوه زیتون بر حجم جعبه، چگالی ظاهری محاسبه شد. چگالی واقعی و حجم واقعی با استفاده از روش جابجایی تولوئن تعیین شد و تخلخل از رابطه ۵ به دست آمد [۷ و ۸].

### ۲-۲-۱ ضریب هدایت حرارتی و گرمای ویژه

به منظور تعیین هدایت حرارتی زیتون از روش معکوس استفاده شد. روش معکوس نوعی روش غیرپایا است که از یک الگوریتم بهینه سازی برای به حداقل رساندن اختلاف بین دمای اندازه گیری شده و دمای محاسبه شده استفاده می کند [۹]. گرمای ویژه زیتون نیز با توجه به ترکیب شیمیایی محصول و با استفاده از رابطه ۶ معین شد. در رابطه زیر،  $C_p$  و  $C_{pi}$  به ترتیب گرمای ویژه محصول و گرمای ویژه تک اجزای محصول  $X_i$  کسر جرمی مواد تشکیل دهنده محصول می باشد [۱۰].

$$C_p = \sum C_{pi} x_i \quad (۶)$$

### ۲-۲-۲ ضریب انتقال حرارت همرفتی

میانگین ضریب انتقال حرارت همرفتی در سطح با استفاده از روش حالت گذرا تعیین گردید. در این روش، یک گره آلومینوم به وزن ۸/۲۲ گرم و شعاع ۱۰ میلیمتر که در مرکز آن یک ترموکوپل قرار داشت، مورد استفاده قرار گرفت. میانگین ضریب انتقال حرارت همرفتی در سطح با استفاده از شیب بخش خطی نمودار زمان نسبت به  $\ln(T - T_{Ai})$  بوسیله معادله ۷ برآورد گردید.

بهینه سازی فرایند پاستوریزاسیون مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

## ۲- مواد و روش ها

### ۲-۱- خصوصیات فیزیکی محصول

زیتون هایی (رقم زرد (*Olea Chrysophylla*)) که تحت فرآیند تلخ زدایی قرار گرفته بودند برای این تحقیق مورد استفاده قرار گرفتند. برای تعیین اندازه میوه ها حداقل ۵۰ نمونه به طور تصادفی انتخاب شدن و ابعاد آنها طول، عرض و ضخامت با استفاده از کولیس اندازه گیری شد. جرم میوه با ترازوی الکترونیکی با دقت ۰/۰۰۱ گرم اندازه گیری شد. میزان رطوبت پالپ نمونه های میوه زیتون با استفاده از روش آون گذاری تعیین شد. میزان پروتئین، چربی و خاکستر بافت میوه به ترتیب با روش کلدال، سوکسله و کوره گذاری مشخص گردید. میانگین قطر حساسی ( $D_a$ )، هندسی ( $D_g$ ) و کرویت ( $\Phi$ ) میوه با استفاده از فرمول های ۱-۳ معین شد. به منظور کاهش شکل نمونه به مدل در نظر گرفته شده در این مقاله، زیتون به عنوان گره ای با حجمی برابر با زیتون واقعی در نظر گرفته شد. از آنجایی که شکل میوه تقریباً یک بیضی است، شعاع کره معادل ( $R$ ) آن با معادله ۴ به دست آمد [۵].

برای بررسی انتقال حرارت در میوه، ترموکوپل نوع ( $K$ ) در نقطه مرکزی نمونه قرار گرفت ولی به دلیل نرم بودن بافت محصول، محل دقیق ترموکوپل بعد از تیمار و با استفاده از کولیس مجدداً بررسی شد. اندازه گیری دما در فواصل ۲۰ ثانیه یکبار و توسط ثبات شرکت تستو<sup>۷</sup> مدل ۱۷۶۳ اندازه گیری شد. آزمون در حمام آب گرم با دمای ۶۵، ۷۵ و ۸۵ درجه سانتیگراد (دقت ۰/۲) درجه سلسیوس انجام شد. به منظور یکنواختی دما، حمام به مدت ۲۰ دقیقه قبل از شروع آزمون روشن شد و از اختلاط و اغتشاش حمام در حین آزمون جلوگیری به عمل آمد [۶].

$$D_a = \frac{(L + W + T)}{3} \quad (۱)$$

$$D_g = (LWT)^{1/3} \quad (۲)$$

<sup>۷</sup> Testo

(۱۳)

$$C_n(x) = \frac{2[\sin(\mu_n) - \mu_n \cos(\mu_n)]}{\mu_n - \sin(\mu_n)\cos(\mu_n)} \cdot \frac{\sin\left(\mu_n \cdot \frac{x}{L}\right)}{\mu_n \cdot \frac{x}{L}}$$

در رابطه ۱۳،  $\mu_n$  ریشه های معادلات ۱۲ می باشد و در

معادله ۱۴  $Bi$  عدد بیوت<sup>۹</sup> می باشد [۱۳].

$$N_{Bi} = 1 - \frac{\mu}{\tan(\mu)} \quad (۱۴)$$

### ۲-۳-۲- مدل سازی عددی<sup>۱۰</sup> (تفاضل محدود<sup>۱۱</sup>)

معادلات اصلی انتقال حرارت با اعمال شرایط اولیه و مرزی به طور عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود بر مبنای شمای صریح<sup>۱۲</sup> حل گردیدند. در این مطالعه میوه زیتون به شعاع (۰/۰۰۹ متر) به ۱۰ گره طولی تقسیم شد. ورودی های مورد استفاده در مدل در جدول ۱ نشان داده شده است و برنامه نویسی بر روی نرم افزار MATLAB R2016b انجام پذیرفت. از حل معادله فوق بر مبنای شمای صریح در روش تفاضل محدود می توان معادله زیر را برای نقاط داخلی نمونه برآورد نمود، برای گره های واقع در مرکز و سطح نمونه نیز می توان معادلات مشابهی با توجه به شرایط مرزی (۱۰-۱۱) نمونه به دست آورد [۳].

(۱۵)

$$T_{i,j+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} \left[ \left( \frac{i-2}{i-1} \right) T_{i-1,j} + \left( \frac{\Delta r^2}{\alpha \Delta t} - 2 \right) T_{i,j} + \left( \frac{i}{i-1} \right) T_{i+1,j} \right]$$

### ۲-۴- تجزیه و تحلیل آماری

دو معیار آماری، ضریب تبیین ( $R^2$ ) و میانگین مربعات خطا (MSE) برای ارزیابی تناسب بین مدل با داده های تجربی (آزمایشی) مورد استفاده قرار گرفت [۱۴].

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (T_{pre,i} - T_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^N (T_{pre,i} - T_{pre,i})^2} \quad (۱۶)$$

$$h = \frac{M_{Al} C_{pAl}}{Sm} \quad (۷)$$

که در رابطه بالا  $M_{Al}$  جرم کره آلومینومی،  $C_{pAl}$  گرمای ویژه آلومینوم،  $S$  شیب خط نمودار  $\ln(T-T_{Al})$  نسبت به زمان و جرم کره می باشد [۱۱].

### ۲-۳- مدل سازی

به منظور کاهش شکل نمونه به مدل در نظر گرفته شده در این مقاله، زیتون به عنوان کره ای با حجمی برابر با زیتون واقعی در نظر گرفته شد. معادله انتقال حرارت در حالت ناپایا برای یک کره را می توان به صورت شکل زیر نوشت [۵].

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \alpha \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (۸)$$

شرط اولیه (IC) و شرایط مرزی (BCs) برای این معادله عبارتند از

$$IC: T(r,0) = T_0 \quad (۹)$$

$$BC_1: \frac{dT}{dr} = 0 \quad \text{at} \quad r = 0, \quad (۱۰)$$

$$BC_2: -k \frac{dT}{dr} = h(T - T_a) \quad \text{at} \quad r = R, \quad (۱۱)$$

### ۲-۳-۱- مدل سازی انتقال حرارت به روش تحلیلی<sup>۸</sup>

به منظور حل معادله انتقال حرارت در شرایط گذرا (ناپایا) از حل تحلیلی معادله دوم فوریه استفاده شد و با توجه به فرض گروی بودن شکل نمونه از معادله زیر استفاده شد [۹].

$$\frac{T - T_a}{T_o - T_a} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_n(x) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha \cdot t}{L^2}\right) \right] \quad (۱۲)$$

که در رابطه فوق، جمله  $C_n$  با توجه به شکل هندسی مورد نظر متفاوت می باشد و معادله ۱۳ برای شکل کره استفاده می شود [۱۲].

جدول ۱ خواص فیزیکی میوه زیتون را در آزمایشات نشان می‌دهد. اندازه میوه در محدوده ابعاد ۱۸/۰۴ - ۲۱/۶۵ میلی متر متفاوت بود. میانگین قطر حسابی، هندسی و شعاع معادل میوه زیتون به ترتیب ۱۸/۴۶، ۱۸/۱۸ و ۸/۸۳ میلی متر محاسبه شد. میزان کُرویت میوه زیتون حدود ۸۰/۵ درصد برآورد شد. میزان دانسیته توده و واقعی نیز در حدود ۵۵۶ و ۱۰۸۲ کیلوگرم بر متر مکعب به دست آمد، و میزان تخلخل که با استفاده از معادله ۵ به دست آمده بود، ۴۸/۶ درصد برآورد گردید [۸ و ۱۵].

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^N (T_{exp,i} - T_{pre,i})^2}{N} \quad (17)$$

در روابط بالا  $T_{exp,i}$  و  $T_{pre,i}$  به ترتیب دمای پیش بینی شده توسط مدل های تحلیلی و یا عددی و دمای اندازه گیری شده و  $N$  تعداد مشاهدات می‌باشد

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- خصوصیات فیزیکی و ترموفیزیکی محصول

Table 1. Physical and thermal properties of olive fruit

| Properties                              | Olive fruit |
|-----------------------------------------|-------------|
| Moisture, % (wb)                        | 57.6±1.48   |
| protein % (wb)                          | 5.12±0.65   |
| Fat % (wb)                              | 17.8±1.23   |
| Ash % (wb)                              | 1.74±0.35   |
| Length (mm)                             | 22.65±3.25  |
| Width (mm)                              | 15.68±2.32  |
| Arithmetic mean diameter (mm)           | 18.46±1.75  |
| Geometric mean diameter (mm)            | 18.18±1.65  |
| Sphericity (%)                          | 0.805±2.71  |
| Equivalent radius                       | 8.83±0.64   |
| Unit mass (g)                           | 3.7±1.21    |
| Bulk density (kg/m <sup>3</sup> )       | 556±4.15    |
| True density (kg/m <sup>3</sup> )       | 1082±3.4    |
| Porosity (0-1)                          | 0.48±0.81   |
| Specific heat (J/kg.K)                  | 3180        |
| Thermal diffusivity (m <sup>2</sup> /s) | 2.49E-07    |
| Heat transfer coefficient (W/m.K)       | 410         |
| Initial temperature (°C)                | 20±2        |
| Ambient Temperature (°C)                | 85±2        |

بیشتری تعیین شود [۱۶]. در این تحقیق از روش معکوس برای تعیین میزان هدایت حرارتی نمونه استفاده شد. روش معکوس روشی برای تخمین رسانایی حرارتی مواد غذایی با حل معادله هدایت دوم فوریه و برازش جواب با داده‌های تجربی دما - زمان است. این روش به طور موفقیت آمیزی برای برآورد هدایت حرارتی سایر محصولات غذایی از جمله نان هم مورد استفاده قرار گرفته است [۱۷]. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، کمترین میزان MSE که برآوردی از میزان خطای بین داده های تجربی و داده های مدل می

صحت داده های تجربی برای خواص ترموفیزیکی مواد غذایی را می‌توان به دلیل نقص در روش های مورد استفاده برای اندازه گیری چنین مقادیری مورد تردید قرار داد و این ایراد در مورد هدایت حرارتی به دلیل نیاز به ایجاد یک شار حرارتی یکنواخت در محصول در طول اندازه‌گیری مشهودتر است. همان‌طور Simpson و Cortés (۲۰۰۴) پیشنهاد کردند، خواص ترموفیزیکی ممکن است با پیش‌بینی آن با استفاده از یک مدل دقیق به جای اندازه‌گیری آن، با دقت

باشد در حدود ۰/۴۴ مشاهده شد و از همین رو این مقدار به عنوان ضریب هدایت حرارتی نمونه در مدل در نظر گرفته شد.

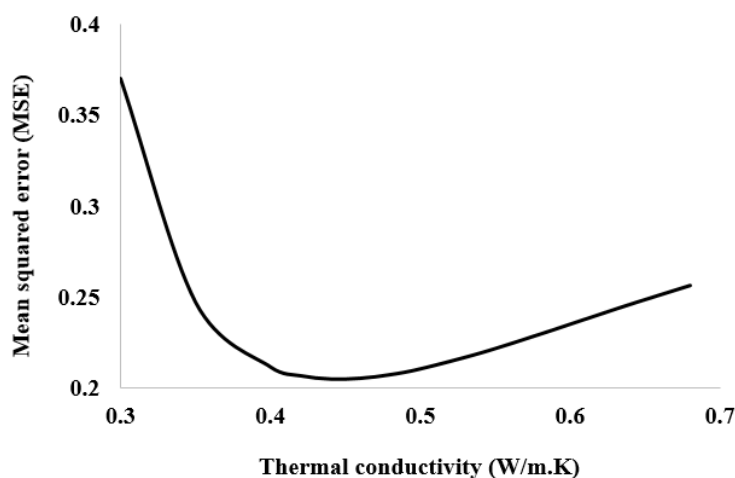


Figure 1. The relationship curve of mean squared error and thermal conductivity

خطای برآورد شده با MSE به ترتیب برابر با ۰/۱۸۲، ۰/۰۴۹ و

و ۰/۱۵۷ میزان ضریب تبیین ( $R^2$ ) برای هر سه نقطه بالای ۹۹٪ تعیین شد. به منظور معتبرسازی مدل از مقایسه بین نتایج تجربی با داده های مدل استفاده شد. همان طور که از شکل مشخص می باشد، تطابق قابل قبول بین دمای اندازه گیری شده در مرکز نمونه با دمای اندازه گیری شده توسط مدل عددی وجود دارد، به طوری که میزان میانگین مربعات خطا بین داده های تجربی و داده های مدل برابر با ۱/۸ و ضریب تبیین ۹۹٪ بود.

## ۳-۲- تایید و معتبر سازی مدل

به منظور تایید مدل، نتایج حاصل از مدل سازی عددی (روش تفاضل محدود) با نتایج حاصله از حل تحلیلی برای مختصات کره مقایسه شد [۱۸]. شکل ۲ مقایسه بین نتایج مدل عددی (تفاضل محدود) در برابر مدل تحلیلی را نشان می دهد. همان طور که از شکل ۲ مشاهده می شود انطباق کامل بین دو مدل وجود دارد، به طوری که برای سه نقطه (مرکز  $r/R=0$ ، میانی  $r/R=0.5$  و سطح  $r/R=1$ ) میزان

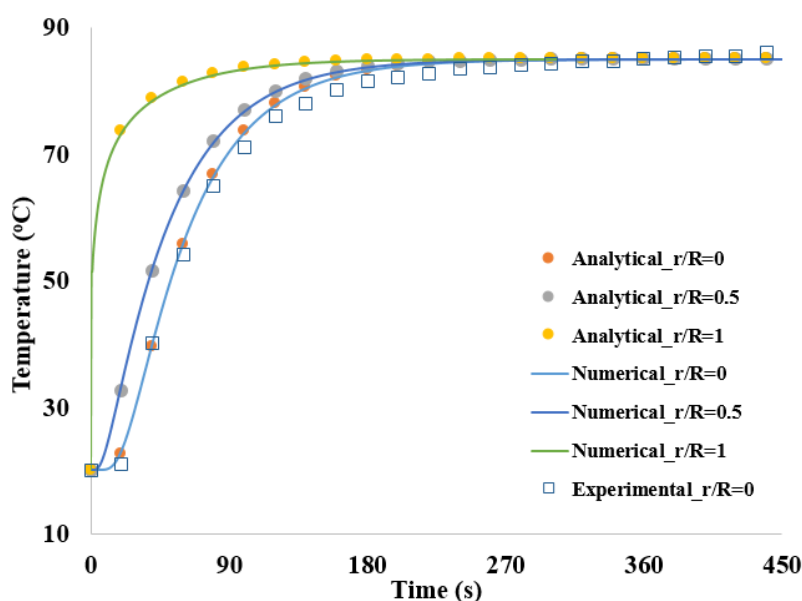


Fig. 2 Comparison of temperature determined by experimentation and prediction using analytical and numerical models

## ۳-۳- مدل تحلیلی

با استفاده از این گراف برای هر نقطه و در هر لحظه می‌توان دمای ماده را پیش بینی کرد، بدین منظور در ابتدا عدد فوریه را با استفاده از شعاع گره تعیین کرده و در مرحله بعد میزان عدد بیوت را مشخص می‌نمائیم. در نهایت با توجه به عدد بیوت و میزان عدد فوریه می‌توان دمای میوه را پیش بینی کرد [۱۳].

به منظور سهولت کاربرد مدل، نموداری که نرخ انتقال گرما در حالت ناپایدار به مرکز یک گره را نشان می‌دهد، در شکل ۳ آورده شده است. بر روی یک محور، تغییر دمای کامل نشده  $((Ta-T)/(Ta-To))$  و در محور دیگر عدد فوریه  $(\alpha t/r^2)$  قرار دارد که مختصات زمانی در نظر گرفته شود. منحنی برای مقادیر مختلف عدد Biot، نشان داده شده است.

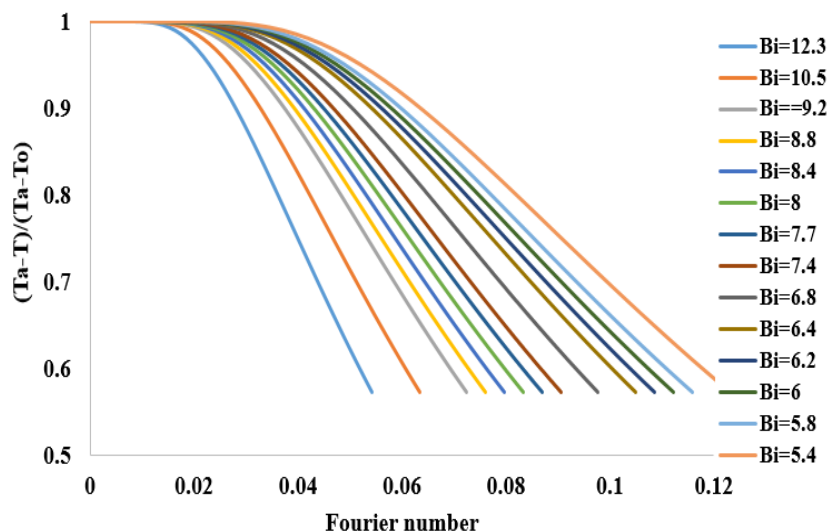


Fig. 3 Temperature at the geometric center of a sphere

## ۳-۴- مدل عددی

شیب تغییرات دما در مرکز هندسی ( $r/R=0$ ) کمتر از سایر لایه ها است، و با افزایش فاصله از مرکز حرارتی نمونه، شیب تغییرات دما افزایش می‌یابد به طوری که نقطه سطحی ( $r/R=1$ ) بیشترین سرعت تغییر دما در نمونه را نشان می‌دهد. با استفاده از این مدل براحتی می‌توان تغییرات دما در هر نقطه از ماده در هر لحظه زمانی را مشخص نمود [۳].

همان‌طور که در بخش مواد و روش‌ها توضیح داده شد، از روش تفاضل محدود برای پیش بینی دمای نمونه در طول فرایند حرارتی استفاده شد. شکل ۴ پروفیل دمای به دست آمده از روش عددی در لایه های مختلف نمونه در طول فرایند حرارتی را نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رفت

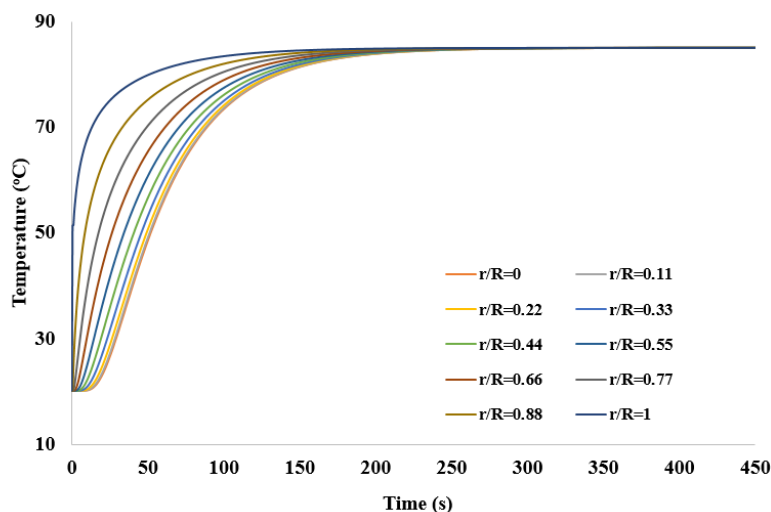


Fig. 4 Results obtained from numerical model in predicting temperature as a function of time and distance from the center

### ۳-۵- شاخص حساسیت مدل<sup>۱۳</sup>

برای تعیین موثرترین متغیر روی مدل از شاخص حساسیت استفاده شد که با تغییر ۱۰٪ در هریک از متغیرها، (دمای اولیه، دمای محیط، قطر نمونه و ضریب انتقال حرارت در سطح) و بررسی اثر آنها در مقایسه باهم بدست می‌آید [۱۹]. شکل ۵ اثر تغییرات دما را بر روی این متغیرها نشان می‌دهد و همان‌طور که مشاهده می‌شود، به ترتیب دو متغیر دمای محیط و ابعاد نمونه (قطر) بیشترین اثر را بر روی دمای محصول نشان می‌دهند و کمترین اثر را دمای اولیه ماده غذایی و ضریب انتقال حرارت همرفتی نشان می‌دهند. بر همین اساس می‌توان نتیجه گیری کرد که برای کنترل فرایند بیشترین دقت باید به این دو پارامتر معطوف شود.

### ۳-۶- مدل نهائی

شکل ۶، توزیع سه بعدی (کانتور) دمای به دست آمده از مدل عددی در فرایند حرارتی با دمای ۸۵ درجه سانتیگراد در زمان ۰-۱۲۰ ثانیه را نشان می‌دهد، همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، نقطه سرد میوه در موقعیت مرکز هندسی میوه قرار دارد و روند تغییرات دما در آن بسیار کند است، این در حالی‌ست که سطح میوه که در معرض آب گرم قرار دارد، دمایش به سرعت افزایش یافته و بعد از چند ثانیه دمایش به حدود ۴۰-۵۰ درجه سانتیگراد می‌رسد. در ضمن همان‌طور که از شکل نیز مشخص است بعد از گذشت حدود ۱۰۰ ثانیه از فرایند حرارتی، تغییرات دما در نقاط مختلف

میوه کامل روند یکسانی را نشان می‌دهد، به عبارت دیگر افزایش مدت زمان فرایند از این زمان به بعد تاثیری در تغییرات دما در نقاط مختلف نمونه نشان نمی‌دهد. نتایج مشابهی توسط Cuesta و همکاران (۲۰۱۷) گزارش شده است [۵]. چنین نموداری این امکان را در اختیار قرار می‌دهد که مقدار دمای هر نقطه از نمونه را به عنوان تابعی از زمان فرایند براحتی تعیین نمود. مطالعات اندکی در خصوص مدل سازی انتقال حرارت در مورد میوه زیتون انجام شده است. Jafarpour (۲۰۲۲) به بررسی تاثیر عملیات حرارتی و فراصوت بر خواص میکروبی و کیفی زیتون سبز پرداخته است. نتایج نشان داد که تیمار فراصوت حرارتی<sup>۱۴</sup> در دمای ۴۵ و ۵۵ درجه سانتی گراد باعث بهبود سفتی، رنگ و ویژگی های حسی زیتون و همچنین افزایش محتوای فنلی کل و فعالیت آنتی اکسیدانی می‌شود و این روش می تواند به عنوان جایگزین مناسبی برای فراوری حرارتی برای زیتون های کنسروی استفاده شود [۲]. پردازش حرارتی زیتون های کنسروی در آب نمک در قوطی فلزی از طریق دینامیک سیالات محاسباتی توسط Dimou و همکاران (۲۰۱۳) مورد بررسی قرار گرفته است [۴]. تغییرات دما در داخل قوطی حاوی مخلوط مواد غذایی جامد و مایع (کنسرو نخود) توسط Kızıtaş و همکاران (۲۰۱۰) بررسی شده است [۲۰]. توسعه و معتبرسازی یک مدل دینامیک سیالات محاسباتی برای پیش‌بینی پروفایل دما در طی عملیات پاستوریزاسیون میوه‌های مختلف نیز توسط Cordioli و همکاران (۲۰۱۵) مورد بررسی قرار گرفته است [۲۱].

<sup>14</sup> Thermosonication

<sup>13</sup> Sensitivity Index

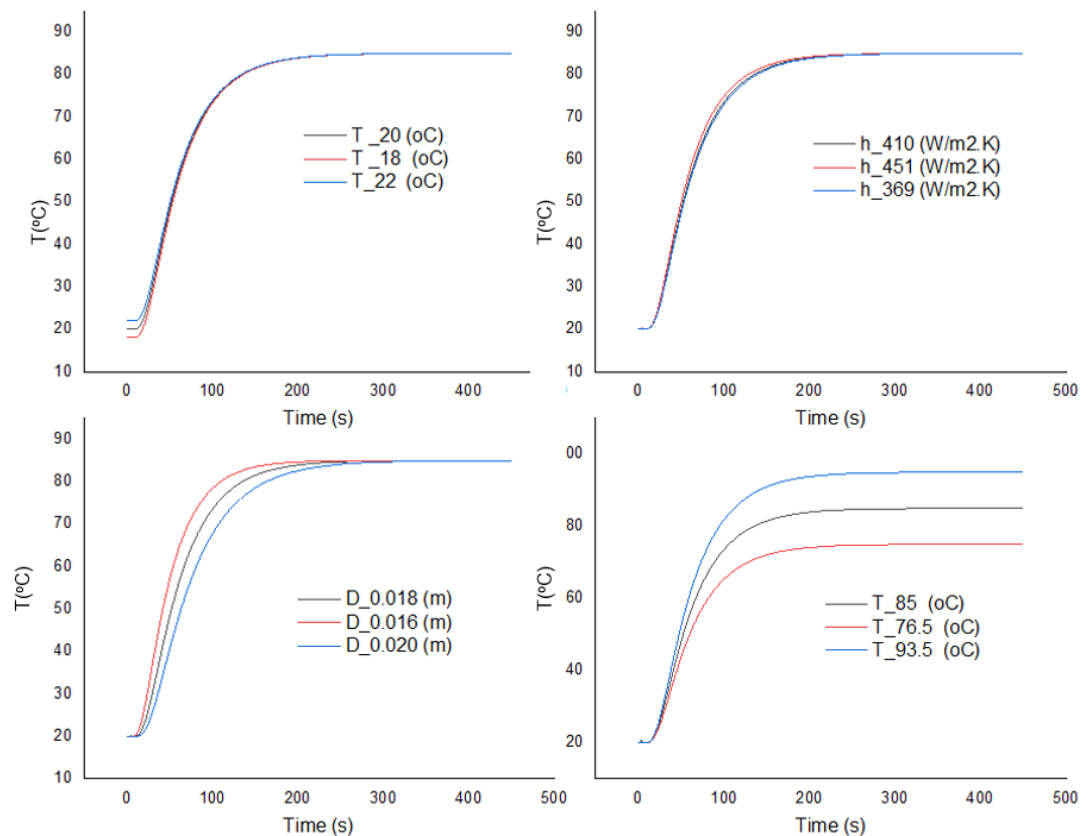


Fig. 5 The effect of sensitivity index on different variables of the model

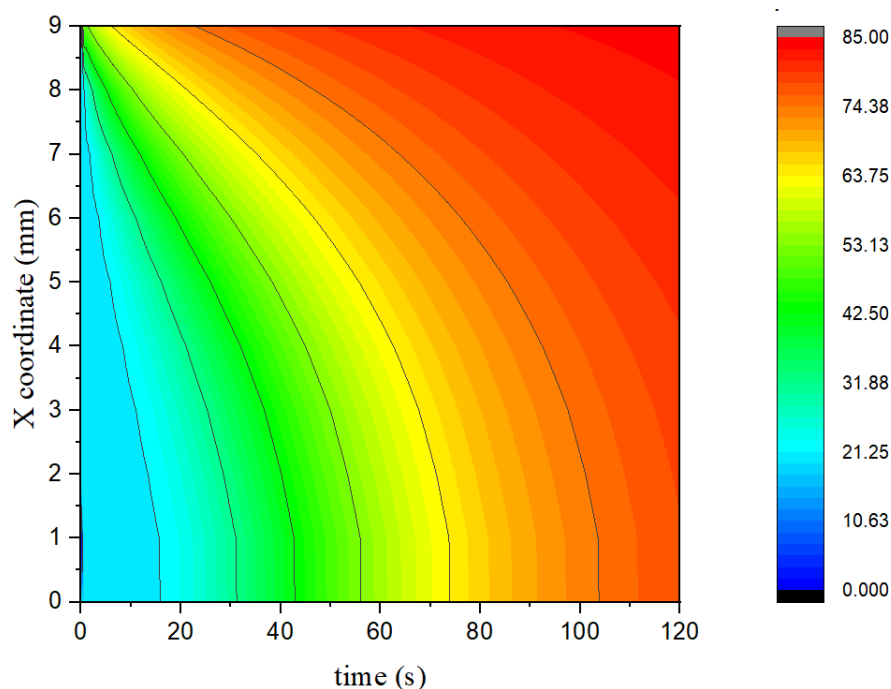


Fig. 6 Contour plot of the predicted temperature distribution during thermal processing

مقایسه بین نتایج حاصل از حل با روش تحلیلی با نتایج حاصل از حل با روش عددی انجام شد. ضریب همبستگی بالای ۹۹٪ نشان دهنده تأیید مدل توسعه داده بود. در گام بعدی مدل با استفاده از نتایج تجربی معتبرسازی شد، میانگین

#### ۴- نتیجه گیری

مدل انتقال حرارت با حل عددی قانون دوم فوریه برای میوه زیتون در طول فرایند حرارتی توسعه داده شد. تأیید مدل با

داخل محصول در حین فرایند پاستوریزاسیون و تایید مقدماتی مدل های انتقال حرارت دو بعدی و یا سه بعدی سود برد. در گام بعدی این تحقیق با استفاده از نتایج این مدل به بهینه سازی فرایند پاستوریزاسیون محصول زیتون کنسروی خواهیم پرداخت.

## ۶-منابع

- [1] Nikzad, N., Sahari, M. A., M, G., Piravi Vanak, Z., Hoseini, S. E., Safafar, H., & Boland Nazar, S. A. (2013). Physico-chemical properties and nutritional indexes of cultivars during table olive processing (in Persian). *Journal of food science and technology (Iran)*, 10(39), 31-41.
- [2] Jafarpour, D. (2022). The effect of heat treatment and thermosonication on the microbial and quality properties of green olive. *Journal of Food Measurement and Characterization*, 16(3), 2172-2180.
- [3] Dalvi-Isfahan, M. (2021). Comparison of efficiency between two different numerical modeling methods to predict tomato paste temperature during pasteurization process. *Journal of Food Research (Persian)*, 31(1), 83-94.
- [4] Dimou, A., Panagou, E., Stoforos, N. G., & Yanniotis, S. (2013). Analysis of Thermal Processing of Table Olives Using Computational Fluid Dynamics. *Journal of Food Science*, 78(11), E1695-E1703.
- [5] Cuesta, F. J., & Alvarez, M. D. (2017). Mathematical modeling for heat conduction in stone fruits. *International Journal of Refrigeration*, 80, 120-129.
- [6] Dalvi-Isfahan, m., & Hematian-Sourki, A. (2021). Impact of product geometry on accurate heat transfer modelling of irregular shaped fruit during blanching process. *Journal of food science and technology (Iran)*, 18(120), 121-132.
- [7] Singh, K. K., & Goswami, T. K. (1996). Physical Properties of Cumin Seed. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 64(2), 93-98.
- [8] Singh, R. P., & Heldman, D. R. (2014a). Chapter 1 - Introduction. In R. P. Singh & D. R. Heldman (Eds.), *Introduction to Food Engineering (Fifth Edition)* (pp. 1-64). San Diego: Academic Press.
- [9] Reddy, R. S., Arepally, D., & Datta, A. K. (2022). Inverse problems in food engineering: A review. *Journal of Food Engineering*, 319, 110909.
- [10] Singh, R. P., & Heldman, D. R. (2014b). Chapter 4 - Heat Transfer in Food Processing. In R. P. Singh & D. R. Heldman (Eds.), *Introduction to Food Engineering (Fifth Edition)* (pp. 265-419). San Diego: Academic Press.
- [11] Dalvi, M., & Hamdami, N. (2010). Numerical Heat Transfer Modeling in Ultrafiltered White Cheese. *Journal of Food Research (Persian)*, 20(2), 45-60.
- [12] Jalghaf, H. K., Kovács, E., Barna, I. F., & Mátyás, L. (2023). Analytical Solution and Numerical Simulation of Heat Transfer in Cylindrical- and Spherical-Shaped Bodies. In *Computation* (Vol. 11).
- [13] Wang, C., Wang, S., Jin, X., Zhang, T., & Ma, Z. (2021). Analytical solution for the heat and mass transfer of spherical grains during drying. *Biosystems Engineering*, 212, 399-412.
- [14] Dalvi-Isfahan, M. (2020). A comparative study on the efficiency of two modeling approaches for predicting moisture content of apple slice during drying. *Journal of Food Process Engineering*, 43(11), e13527.
- [15] Homapour, M., hamed, M., Moslehishad, M., & Safafar, H. (2014). Physical and chemical properties of olive oil extracted from olive cultivars grown in Shiraz and Kazeroon. *Iranian Journal of Nutrition Sciences and Food Technology*, 9(1), 121-130.
- [16] Simpson, R., & Cortés, C. (2004). An inverse method to estimate thermophysical properties of foods at freezing temperatures: apparent volumetric specific heat. *Journal of Food Engineering*, 64(1), 89-96.
- [17] Monteau, J.-Y. (2008). Estimation of thermal conductivity of sandwich bread using an inverse method. *Journal of Food Engineering*, 85(1), 132-140.
- [18] Hussain, T., Kamal, M. A., Alam, Z., Hafiz, A., & Ahmad, A. (2021). Experimental and numerical investigation of spherical food product

during forced convection cooling. *Measurement: Food*, 3, 100006.

[19] Nicolai, B. M., & De Baerdemaeker, J. (1996). Sensitivity analysis with respect to the surface heat transfer coefficient as applied to thermal process calculations. *Journal of Food Engineering*, 28(1), 21-33.

[20] Kızıltaş, S., Erdoğan, F., & Koray Palazoğlu, T. (2010). Simulation of heat transfer

for solid-liquid food mixtures in cans and model validation under pasteurization conditions. *Journal of Food Engineering*, 97(4), 449-456.

[21] Cordioli, M., Rinaldi, M., Copelli, G., Casoli, P., & Barbanti, D. (2015). Computational fluid dynamics (CFD) modelling and experimental validation of thermal processing of canned fruit salad in glass jar. *Journal of Food Engineering*, 150, 62-69.



## Mathematical modeling for heat conduction in olive fruit

Mohsen Dalvi Isfahan\*

1- Assistant professor, Department of Food Science and Technology, Faculty of Agriculture, Jahrom University, Jahrom, Iran.

| ARTICLE INFO                                                                                                                 | ABSTRACT                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Article History:</b><br>Received:2024/1/9<br>Accepted:2024/3/4                                                            | <p>This study aims to develop a numerical model that can simulate the heat transfer in spherical coordinates and predict the temperature of olive fruit during the thermal process. The first step was to measure or estimate the thermophysical properties of olive fruit. The fixed grid finite difference method with an explicit scheme was used to solve the heat transfer equation. The product had an average geometric diameter of 18.18 mm, a bulk density of 556 kg/m<sup>3</sup>, a porosity of 48% and a specific heat of 3180 kJ/kg. The inverse method was used to determine the thermal conductivity of olive fruit, which was 0.44 W/m°C. The model was validated by comparing the predicted values with the experimental temperature profiles obtained during the thermal process of the fruit (correlation coefficient higher than 0.99 and mean squared error lower than 1.8°C). The sensitivity coefficient results indicated that the surrounding temperature and the diameter of the product were the most influential parameters on the heat transfer of the product. The model was effective in simulating the thermal processing of olive fruit. The research results can be applied to optimize the pasteurization process of olive fruit.</p> |
| <b>Keywords:</b><br><br>Olive fruit,<br>Heat processing,<br>Numerical modeling                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>DOI:</b> 10.22034/FSCT.21.149.159.<br><br>*Corresponding Author E-Mail:<br>mohsen.dalvi@gmail.com-<br>dalvi@jahromu.ac.ir |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |