

مدل سازی ریاضی فرآیند خشکاندن دانه‌های انار در خشک‌کن فروسرخ

محمد هادی خوش تقاضا^{۱*}، علی متولی^۲، سعید مینایی^۱، احمد عباس زاده^۳

۱- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری

۳- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

چکیده

در این پژوهش، دانه‌های انار بوسیله خشک‌کن فرو سرخ خشک گردید. به منظور تخمین و انتخاب یک مدل ریاضی مناسب، ضریب موثر انتشار رطوبت و مقادیر انرژی فعال سازی، آزمایش‌های خشک کردن دانه انار در چهار سطح سرعت هوا (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر بر ثانیه) و شدت تابش (۲۲، ۳۱ و ۴۹ وات بر سانتی‌مترمربع) انجام گرفت. داده‌های تجربی با انواع مدل‌های نیمه نظری و تجربی ارزیابی شد و نهایتاً از میان مدل‌های مورد نظر، مدل میدیلی با توجه به معیارهای R^2 ، χ^2 و $RMSE$ به عنوان بهترین مدل انتخاب شد. ضریب موثر انتشار رطوبت دانه‌های انار بین 0.4×10^{-9} تا 3.21×10^{-9} متر مربع بر ثانیه بدست آمد. انرژی فعال سازی با استفاده از یک رابطه نمایی بر مبنای رابطه آرنوس محاسبه شد. مقادیر انرژی فعال‌سازی در روش اول بین (۰/۴۳ تا ۱/۱۷) وات بر گرم سانتی‌متر مربع و در روش دوم بین (۰/۷۲ تا ۱/۱) وات بر گرم سانتی‌متر مربع بدست آمد.

کلید واژگان: سینتیک خشک‌شدن، ضریب موثر انتشار، انرژی فعال‌سازی، دانه‌های انار

۱- مقدمه

در طی خشک‌شدن، فرآیند انتقال حرارت و جرم بطور توأم اتفاق می‌افتد، یعنی گرما به درون ماده نفوذ کرده و موجب تبخیر رطوبت آن می‌شود و رطوبت تبخیر شده از منافذ ماده به خارج از آن راه می‌یابد. خشک‌کردن با استفاده از جریان هوای داغ دارای معایبی از جمله اتلاف انرژی حرارتی و بازده کم دستگاه [۱]، زمان طولانی خشک‌شدن [۲] و کیفیت پایین و چروکیدگی محصول خشک‌شده [۳] می‌باشد.

یکی از روش‌های جدید در خشک‌کردن مواد غذایی، استفاده از انرژی تشعشعی فروسرخ^۱ (IR) است. بخشی از پرتوهای فروسرخ تابیده شده به سمت محصول از آن عبور کرده، بخشی از آن منعکس شده و قسمتی از آن توسط محصول جذب شده و تبدیل به انرژی گرمایی می‌شود که دمای محصول را بالا می‌برد [۲]. در خشک‌کردن با تابش IR، از لامپ مخصوص فرو سرخ استفاده می‌شود. در روش تابش، انتقال انرژی از یک منبع مولد انرژی و از طریق فضا (خلاء و یا دارای جو) صورت می‌گیرد و گرما از منبع در فضا منتشر می‌شود. میزان تابش بستگی به محیط و دمای مطلق سطح تابنده دارد [۴]. در این روش هوای محیط اطراف ماده‌ی مرطوب، توسط دمنده یا مکنده‌ای جریان می‌یابد تا ضمن جلوگیری از اشباع شدن سطح ماده از رطوبت، رطوبت تبخیر شده را از محیط اطراف خارج کند تا رطوبت برای خارج شدن از ماده با مقاومت کمتری مواجه گردد. از کاربردهای خشک‌کردن با استفاده از تابش فروسرخ می‌توان به خشک‌کردن بسیاری از مواد شیمیایی، دارویی و غذایی در صنعت و انجام تست‌های آزمایشگاهی به منظور تعیین مشخصات خشک شدن مواد مختلف، اشاره نمود [۵]. از مزایای خشک‌کردن فروسرخ افزایش گرادیان حرارتی در مدت زمان کوتاه [۲] و کاهش زمان خشک‌شدن [۲ و ۶] می‌باشد.

شارما و همکاران به بررسی و مدل‌سازی ریاضی خشک‌شدن لایه نازک پیاز به روش ترکیبی جریان هوا و تابش مادون قرمز پرداختند [۶]. آزمایش‌ها در سه سطح قدرت لامپ ۳۰۰، ۴۰۰ و ۵۰۰ وات، دمای ۳۵، ۴۰ و ۴۵ درجه سلسیوس و سه

و ۵۰۰ وات، سه سطح دما ۳۵، ۴۰ و ۴۵ درجه سلسیوس و سه سطح سرعت هوا ۱، ۱/۲۵ و ۱/۵ متر بر ثانیه انجام گردید. نتایج آزمایش‌ها نشان داد که با افزایش قدرت لامپ در دما و سرعت هوای ثابت، زمان خشک‌شدن کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت هوا در قدرت ثابت لامپ و دمای ثابت به علت پدیده‌ی خشک‌شدن سطح محصول زمان خشک‌شدن افزایش می‌یابد. با استفاده از داده‌های آزمایش و استفاده از معادلات بکار گرفته شده، مدل Page با بیشترین ضریب همبستگی، بهترین مدل برای آزمایش‌ها بود.

افضل و ابی در سال ۱۹۹۹ خصوصیات بنیادی خشک کردن سیب زمینی به روش مادون قرمز را در چهار شدت تابش ۰/۱۲۵، ۰/۲۵۰، ۰/۳۷۵ و ۰/۵۰۰ وات بر سانتی‌متر مربع و برای سه سرعت جریان هوای ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۷ متر بر ثانیه، در دو سطح از رطوبت نسبی هوای ۳۶ و ۶۲ درصد بررسی کردند. نتایج آزمایشات نشان داد که آهنگ خشک کردن (درصد رطوبت وزنی محصول نسبت به زمان، طی عملیات خشک کردن) سیب‌زمینی به شدت تابش و سرعت جریان هوا بستگی دارد. همچنین نتایج نشان داد که رطوبت نسبی هوا تاثیری بر نرخ خشک‌کردن سیب‌زمینی به روش مادون قرمز ندارد و مدل Page تغییرات رطوبت سیب‌زمینی در طی خشک‌کردن به روش مادون قرمز را به خوبی پیش‌بینی می‌کند [۷].

همچنین در تحقیق دیگر، خشک‌کردن برنج به روش مادون قرمز از خشک‌کن لرزشی برنج استفاده شده است. آزمایش‌ها با پنج سطح شدت تابش اشعه‌ی مادون قرمز (۵۵۱۴، ۵۵۲۰، ۲۵۲۰ و ۱۵۰۹ وات بر متر مربع) و چهار سطح عمق بستر محصول (۳، ۶، ۱۲ و ۲۵ میلی‌متر) انجام شد. نتایج نشان داد که در یک شدت تابش ثابت، با افزایش عمق محصول میزان مصرفی انرژی به ازای تبخیر واحد جرم رطوبت، به علت این که درصد کمتری از انرژی تابشی می‌تواند بدون برخورد به محصول هدر رود، کاهش یافته و در یک عمق ثابت، با افزایش شدت تابش اشعه مادون قرمز، میزان مصرفی انرژی به ازای تبخیر واحد جرم رطوبت، در اثر سرعت بالای خشک شدن محصول، کاهش می‌یابد [۸].

خشک کردن با استفاده از ترازوی (EK-3000i, A&D, Japan)، اندازه گیری دمای محیط با دماسنج (TM-925, Lutron, Taiwan)، سرعت هوا با بادسنج (YK,80AM, Lutron, Taiwan)، برای اندازه گیری رطوبت با رطوبت سنج (Testo, 400, Germany) انجام شد. برای تولید پرتوهای فروسرخ از لامپ های اسرام با قدرت ۲۵۰ وات و شدت جریان ۲۲۰ ولت استفاده شد.

در اکثر پژوهش ها، مدل سینتیک خشک کردن بر اساس نسبت رطوبت (MR) بدست آمده است که علت آن کاهش پراکندگی و خوش فرم کردن داده ها می باشد [۱۴].

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_0 - M_e} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، MR نسبت رطوبت (بدون بعد)، M_e ، M_t و M_0 به ترتیب میزان رطوبت در هر لحظه از فرآیند خشک کردن، میزان رطوبت تعادلی و میزان رطوبت اولیه بر پایه خشک (d.b.) می باشد. با توجه به اینکه معمولاً مقدار M_e در مقایسه با M_0 و M_t عدد کوچکی می باشد، اغلب خطای ناشی از در نظر نگرفتن آن نیز بسیار جزئی است [۱۴]. لذا محاسبه نسبت رطوبت دانه های انار در طول فرآیند خشک کردن با رابطه (۲) انجام شد.

$$MR = \frac{M_t}{M_0} \quad (2)$$

برای برازش مدل های استاندارد خشک شدن لایه نازک با داده های آزمایشی، از محیط برازش منحنی های^۲ نرم افزار MATLAB 2007 استفاده گردید. برای تعیین بهترین مدل از بزرگترین ضریب تعیین^۳ (R^2)، مربع کای^۴ (χ^2) و ریشه میانگین مربعات خطا^۵ (RMSE) استفاده شد. در ابتدا ۱۴ مدل تجربی را بر داده های آزمایشگاهی برازش داده و با توجه به بزرگترین R^2 و کوچکترین RMSE و χ^2 ، هفت مدل با دقت بالا انتخاب شد (جدول ۱).

پژوهشگران زیادی سینتیک خشک شدن محصولات مختلف کشاورزی را با استفاده از تابش پرتوهای فروسرخ برای یافتن بهترین مدل ریاضی بررسی کرده اند، که از آن جمله می توان به خشک شدن سبزیجات [۱]، زیتون [۹]، لایه های سیب [۳]، شلتوک [۱۰ و ۱۱] اشاره کرد.

انار را می توان بر اساس مزه به دو نوع شیرین و ترش تقسیم کرد. موطن اصلی انار خاور میانه به ویژه ایران می باشد بصورتی که نوع ترش مزه آن بطور وحشی در جنگل های شمال ایران به فراوانی وجود دارد [۱۲]. به علت ترشی بیش از اندازه، دانه های انار ترش را خشک کرده و پس از خشک کردن، آنها را با دستگاه خرد می کنند و با غذا مخلوط کرده و مورد استفاده قرار می دهند.

برای انتخاب یک مدل ریاضی مناسب که بتوان بر اساس آن سینتیک خشک شدن محصول مورد نظر را بدست آورد نیاز به یک سری ویژگی های فیزیکی و حرارتی محصولات کشاورزی مانند انتقال جرم و حرارت، و ضریب موثر انتشار رطوبت می باشد تا بتوان به کمک آن یک خشک کن فروسرخ با کارایی مناسب طراحی نمود. هدف اصلی این پژوهش بررسی سینتیک خشک شدن و انتخاب بهترین مدل ریاضی برای خشک کردن دانه های انار ترش بوسیله خشک کن فروسرخ می باشد.

۲- مواد و روشها

انار تازه ترش از شهرستان جویبار، استان مازندران (شمال ایران) تهیه شد و تا زمان انجام آزمایش در یخچال در دمای ۵°C + نگهداری شد. میزان رطوبت اولیه دانه های انار، به روش خشک کردن در آون، ۳۳۳٪ درصد بر پایه خشک بدست آمد [۱۳].

فرآیند خشک کردن دانه های انار در ۴ سطح سرعت جریان هوا (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر بر ثانیه) و ۳ سطح تابش فروسرخ (۰/۴۹، ۰/۳۱ و ۰/۲۲ وات بر سانتی مترمربع) اجرا شد. توزین نمونه های آزمایش به صورت پیوسته در طی

2. Curve fitting
3. Correlation coefficient
4. Chi-square
5. Root mean square error

جدول ۱ مدل های مورد استفاده برای برازش داده های تجربی

$MR = \exp(-kt)$	(۱) مدل لوئیس [۱۶]
$MR = a \exp(-kt)$	(۲) مدل هندرسون و پاییس [۱۷]
$MR = \exp(-kt^n)$	(۳) مدل بیچ [۱۸]
$MR = a \exp(-kt) + (1-a)\exp(-kbt)$	(۴) مدل لگاریتمی [۱۹]
$MR = a \exp(-kt) + (1-a) \exp(-kbt)$	(۵) تقریب پخش [۱۹]
$MR = a \exp(-kt) + (1-a) \exp(-gt)$	(۶) ورما و همکاران [۲۰]
$MR = a \exp(-kt^n) + bt$	(۷) میدیلی و همکاران [۲۱]

که در آن n تعداد عبارات در نظر گرفته شده از رابطه، t زمان خشک شدن ($\min$)، D_{eff} ضریب انتشار موثر رطوبت (متر مربع بر ثانیه)، r_e شعاع کره (متر) است. رابطه (۷) در مدت زمان های طولانی خشک شدن به صورت رابطه (۸) خلاصه می شود [۲۴].

$$MR = \frac{6}{\pi^2} \exp(-\pi^2 \frac{D_{eff} t}{r_e^2}) \quad (۸)$$

رابطه (۸) برای بدست آوردن ضریب موثر انتشار رطوبت استفاده شده است. در این مرحله شعاع دانه انار (r_0) ثابت در نظر گرفته می شود. با لگاریتم گیری از طرفین رابطه (۸) می توان رابطه را به صورت خطی نوشت:

$$\ln(MR) = \ln(\frac{6}{\pi^2}) - (\pi^2 \frac{D_{eff} t}{r_e^2}) \quad (۹)$$

با رسم لگاریتم طبیعی داده های بدست آمده در طول آزمایش نسبت به زمان، خطی با شیب k_1 بدست می آید که از مساوی قرار دادن این شیب با ضریب t در رابطه (۹)، ضریب انتشار موثر رطوبت را می توان به کمک رابطه (۱۰) محاسبه کرد.

$$k_1 = \frac{\pi^2 D_{eff}}{r_e^2} \quad (۱۰)$$

از آنجایی که دما در خشک کن IR در هنگام کار به طور دقیق قابل اندازه گیری نیست، برای به دست آوردن انرژی فعال سازی باید از شکل اصلاح شده رابطه آرینوس استفاده کرد. شکل اصلاح شده رابطه آرینوس در خشک کردن به روش مایکروویو استفاده و انرژی فعال سازی محاسبه گردیده است [۲۵]. اما در روش IR از آنجا که دما مشخص نیست می توان مانند روش مایکروویو از ارتباط بین آهنگ ثابت سینتیک

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{pred,i} - MR_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^N (\overline{MR_{pred}} - MR_{exp,i})^2} \quad (۳)$$

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{exp,i} - MR_{pre,i})^2}{N - m} \quad (۴)$$

$$RMSE = (\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (MR_{pre,i} - MR_{exp,i})^2)^{\frac{1}{2}} \quad (۵)$$

در این رابطه ها، $MR_{exp,i}$ نسبت رطوبت تجربی $MR_{pre,i}$ نسبت رطوبت پیشگوئی شده N تعداد مشاهدات و m تعداد ثابتهای خشک شدن می باشد.

میانگین قطر هندسی دانه های انار به طور جداگانه حساب شد. برای این منظور حجم ۵۰ عدد دانه انار به روش جابه جایی تولوئن بدست آمد (این عمل در ۳ تکرار انجام شد). سپس با استفاده از حجم کل، حجم یک دانه انار محاسبه شده و آن را تقریباً برابر با حجم کره در نظر گرفته شد و در نهایت شعاع معادل دانه به کمک رابطه (۶) محاسبه گردید [۲۲]. شعاع معادل برای دانه انار ۴/۱۱ میلی متر بدست آمد.

$$v = \frac{4}{3} \pi r_e^3 \quad (۶)$$

در شرایط ناپایدار اشکال کروی می توان مطابق قانون دوم فیک انتقال رطوبت در مرحله نزولی فرآیند خشک کردن را با استفاده از معادله (۷) توصیف نمود [۲۳].

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_o - M_e} = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp(-n^2 \pi^2 \frac{D_{eff} t}{r_e^2}) \quad (۷)$$

۳- نتایج و بحث

سینتیک خشک شدن

شکل ۱ منحنی‌های خشک شدن دانه‌های انار را در سرعت‌های مختلف جریان هوا و شدت‌های تابش نشان می‌دهد. در شروع فرآیند خشک کردن، رطوبت اولیه محصول زیاد بوده و آهنگ از دست دادن رطوبت زیاد است. به تدریج با گذشت زمان، میزان رطوبت محصول کاهش پیدا کرده و در نتیجه سرعت کاهش رطوبت نیز به طور طبیعی کاهش نشان می‌دهد. عوامل موثر در روش خشک کردن فروسرخ شدت تابش فروسرخ و سرعت جریان هوا می‌باشد. در روش تابش مادون قرمز با افزایش سرعت جریان هوا، به علت خنک شدن سطح محصول توسط جریان هوا زمان خشک کردن محصول افزایش می‌یابد. خنک شدن سطح محصول سبب کاهش گرادیان حرارتی در داخل محصول می‌گردد و در نتیجه زمان خشک کردن محصول افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش شدت تابش به دلیل افزایش شدت تابش، گرادیان حرارتی محصول افزایش یافته و به دنبال آن آهنگ تبخیر محصول افزایش یافته و زمان خشک شدن کاهش می‌یابد. نتایج بدست آمده با یافته‌های [۱، ۲، ۶ و ۸] مشابهت دارد. بهترین مدلی که می‌تواند سینتیک خشک شدن دانه‌های انار را توصیف کند با توجه به بزرگترین مقدار میانگین ضریب تعیین (R^2) و کمترین مقادیر میانگین χ^2 و $RMSE$ انتخاب شد. با مقایسه این شاخص‌ها (جدول ۲) مشخص شد که مدل میدیلی مناسب‌ترین مدل برای توصیف داده‌های آزمایشگاهی است. افزایش سرعت جریان هوا با نرخ خشک شدن رابطه معکوس دارد و آهنگ پایین خشک کردن دانه‌های انار در سرعت‌های بالای جریان هوا به علت پدیده‌ی خنک شدن سطح دانه‌های انار می‌باشد. در نتیجه با افزایش سرعت جریان هوا، مدت زمان خشک شدن افزایش می‌یابد. نتایج بدست آمده با یافته‌های [۶ و ۸] مشابهت دارد.

خشک شدن (k) و نسبت وزن نمونه (گرم) به شدت پرتو فروسرخ (وات بر سانتی مربع) به جای دمای هوا استفاده کرد. در این حالت پس از ارزیابی داده‌ها، با به کار بردن رابطه (۱۱) و رسم مقادیر آهنگ ثابت خشک شدن (k) در مقابل نسبت وزن نمونه (گرم) به شدت پرتو فروسرخ (وات بر سانتی مربع) در نرم افزار MATLAB می‌توان مقدار انرژی فعال سازی را بدست آورد.

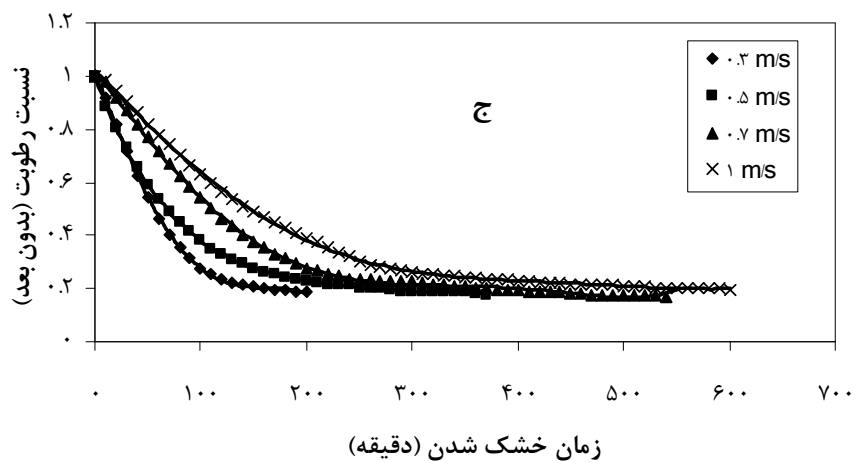
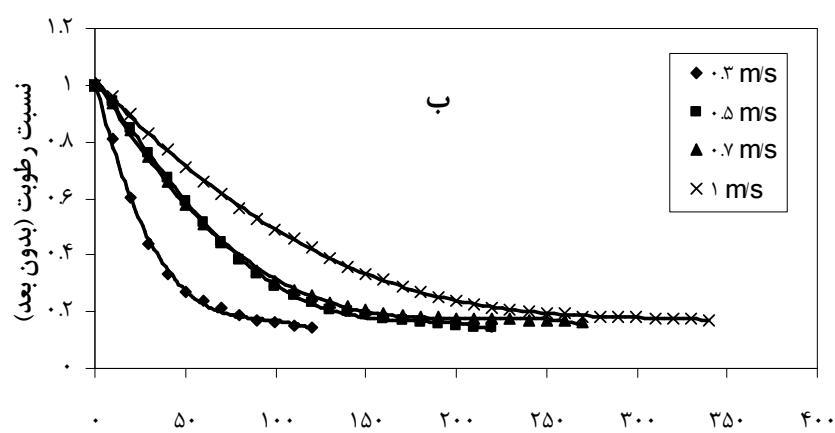
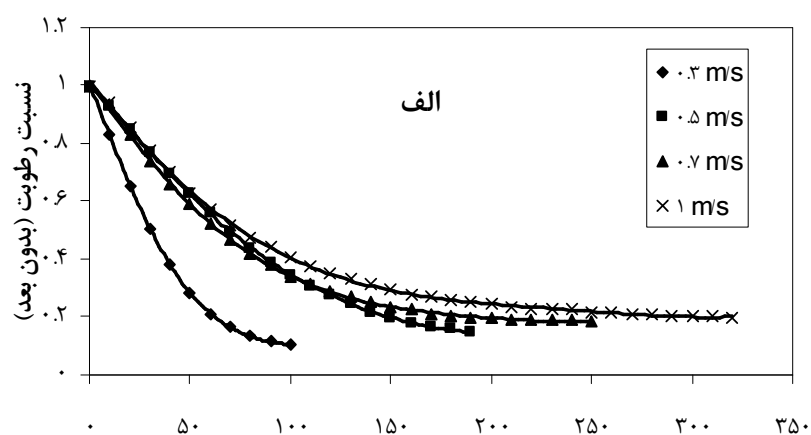
$$k = k_0 \exp\left(\frac{-E_a \cdot m}{R}\right) \quad (11)$$

که در آن، k آهنگ ثابت خشک شدن (min^{-1}) (که از رابطه میدیلی بدست می‌آید)، k_0 عرض از مبدا رابطه (min^{-1})، E_a انرژی فعال سازی (وات بر گرم سانتی متر مربع)، (R) پرتو فروسرخ (وات بر سانتی متر مربع) و (m) وزن نمونه ها (گرم) می باشد.

در روش دوم، برای بدست آوردن انرژی فعال سازی از ارتباط بین ضریب موثر انتشار رطوبت و نسبت شدت پرتو فروسرخ به وزن نمونه (گرم سانتی متر مربع بر وات) نمونه بر اساس مدل آرینوس می تواند استفاده نمود [۲۵].

$$D_{eff} = D_0 \exp\left(-\frac{E_a \cdot m}{R}\right) \quad (12)$$

که در آن، D_{eff} ضریب موثر انتشار رطوبت (متر مربع بر ثانیه)، D_0 عرض از مبدا (متر مربع بر ثانیه)، E_a انرژی فعال سازی (وات بر گرم سانتی متر مربع) (R) پرتو فروسرخ (وات بر سانتی متر مربع) و (m) وزن نمونه ها (گرم) می باشد. با رسم نمودار در دو حالت بالا و با استفاده از مدل دادالی و همکاران [۲۵] و تحلیل رگرسیونی چند متغیره در محیط نرم افزار MATLAB می توان انرژی فعال سازی و ضرایب (D_0 و k_0) را بدست آورد.



شکل ۱ تاثیر سرعت جریان هوا (♦ ۰/۳ m/s، ■ ۰/۵ m/s، ▲ ۰/۷ m/s و × ۱ متر بر ثانیه) بر نسبت رطوبت دانه‌های انار در فرآیند خشک شدن بر حسب میزان برازش داده‌ها با مدل میدیلی (خطوط پیوسته) در سه شدت تابش فروسرخ (الف) 22 W cm^{-2} ، (ب) 31 W cm^{-2} ، (ج) 49 W cm^{-2}

جدول ۲ مقایسه میزان برازش داده‌های تجربی خشک کردن دانه‌های انار در شرایط مختلف شدت تابش IR و سرعت جریان هوا برای مدل‌های نیمه تجربی

نام مدل			لوئیس			پیچ			هندرسون و پابیس			لگاریتمی		
شدت تابش (W cm ⁻²)	سرعت باد (m s ⁻¹)		R ²	χ^2	RMSE	R ²	χ^2	RMSE	R ²	χ^2	RMSE	R ²	χ^2	RMSE
۲۲	۰/۳		۰/۰۵۴۷	۰/۰۲۳۹	۰/۰۹۶۹	۰/۰۳۷۰	۰/۰۰۹۶	۰/۰۸۷۱	۰/۰۵۶۶	۰/۰۲۲۴	۰/۰۹۷۱	۰/۰۳۹۲	۰/۰۱۰۸	۰/۰۹۸۶
	۰/۵		۰/۰۶۲۳۸	۰/۰۳۱۱۳	۰/۰۹۱۲	۰/۰۲۴۴	۰/۰۰۴۱۶۷	۰/۰۸۸۳	۰/۰۶۲۷۵	۰/۰۲۷۵۶	۰/۰۹۶	۰/۰۴۸۰	۰/۰۱۶۱۸۸	۰/۰۹۷۶
	۰/۷		۰/۰۵۳۱	۰/۰۲۸۲	۰/۰۹۲۸	۰/۰۲۰۹	۰/۰۰۳۹	۰/۰۹۹۵	۰/۰۴۹۴	۰/۰۲۱۹	۰/۰۹۷۵	۰/۰۴۹	۰/۰۲۲۲	۰/۰۹۷۵
	۱		۰/۰۹۲۹	۰/۰۹۴۹	۰/۰۹۱۴	۰/۰۵۰۲	۰/۰۲۵۲	۰/۰۹۷۳	۰/۰۹۰۵	۰/۰۸۱۹	۰/۰۹۱۲	۰/۰۵۹۳	۰/۰۳۵۲	۰/۰۹۶۲
	۰/۳		۰/۰۶۲۴	۰/۰۳۱۱	۰/۰۹۵۴	۰/۰۲۴۴	۰/۰۰۴۲	۰/۰۹۶۵	۰/۰۶۲۷	۰/۰۲۷۶	۰/۰۹۶۰	۰/۰۴۸۱	۰/۰۱۶۲	۰/۰۹۷۶
۳۱	۰/۵		۰/۰۶۶۲	۰/۰۲۸۴	۰/۰۹۶۴	۰/۰۲۹۹	۰/۰۰۷۲	۰/۰۹۸۶	۰/۰۵۶۱	۰/۰۲۵۲	۰/۰۹۶۹	۰/۰۳۸۸	۰/۰۱۲۰	۰/۰۹۸۵
	۰/۷		۰/۰۷۴۰	۰/۰۶۳۵	۰/۰۹۲۱	۰/۰۳۴۶	۰/۰۰۹۶	۰/۰۹۵۹	۰/۰۸۳۹	۰/۰۵۶۳	۰/۰۹۳۰	۰/۰۵۳۷	۰/۰۲۳۱	۰/۰۹۷۱
	۱		۰/۰۸۴۰	۰/۰۵۴۷	۰/۰۹۲۶	۰/۰۰۵۷	۰/۰۰۰۲۹۱	۰/۰۹۸۶	۰/۰۶۱۷	۰/۰۳۴۲	۰/۰۹۵۲	۰/۰۷۵۲	۰/۰۰۵۰۸	۰/۰۹۲۹
	۰/۳		۰/۰۸۱۵	۰/۰۶۶۳	۰/۰۹۲۵	۰/۰۲۰۹	۰/۰۰۳۹	۰/۰۹۹۴	۰/۰۷۹۸	۰/۰۵۷۳	۰/۰۹۲۲	۰/۰۵۳۶	۰/۰۲۵۸	۰/۰۹۶۴
	۰/۵		۰/۰۸۶۲	۰/۰۵۲۹	۰/۰۹۴۴	۰/۰۲۲۱	۰/۰۰۳۴	۰/۰۹۹۵	۰/۰۷۹۶	۰/۰۴۴۴	۰/۰۹۳۸	۰/۰۶۱۹	۰/۰۲۶۹	۰/۰۹۶۹
۴۹	۰/۷		۰/۰۵۱۲	۰/۰۲۱۶	۰/۰۹۳۳	۰/۰۲۹۸	۰/۰۰۴۴	۰/۰۹۷۸	۰/۰۶۳۹	۰/۰۲۰۴	۰/۰۹۶۷	۰/۰۴۴۶	۰/۰۱۰۰	۰/۰۹۸۴
	۱		۰/۰۵۴۱	۰/۰۲۹۴	۰/۰۹۲۷	۰/۰۲۷۹	۰/۰۰۵۴	۰/۰۹۰۹	۰/۰۶۲۲	۰/۰۲۷۱	۰/۰۹۶۲	۰/۰۴۲۰	۰/۰۱۲۳	۰/۰۹۸۲

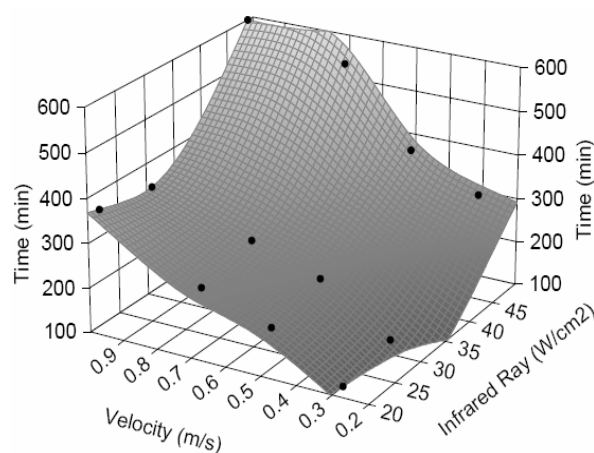
جدول ۲ (ادامه) مقایسه میزان برازش داده‌های تجربی خشک کردن دانه‌های انار در شرایط مختلف شدت تابش IR و سرعت جریان هوا برای مدل‌های نیمه تجربی

نام مدل			تقریب پخش			ورما و همکاران			میدلی و همکاران		
شدت تابش (W cm ⁻²)	سرعت باد (m s ⁻¹)		R ²	χ^2	RMSE	R ²	χ^2	RMSE	R ²	χ^2	RMSE
۲۲	۰/۳	۰/۰۱۶۷	۰/۰۱۶۷	۰/۰۱۷	۰/۹۹۷	۰/۰۱۶۷	۰/۰۱۷	۰/۹۹۷	۰/۰۰۰۴۸	۰/۰۲۲۰	۰/۹۹۶
	۰/۵	۰/۰۱۱۴۶	۰/۰۰۷۸۷	۰/۰۰۷۸	۰/۹۹۸	۰/۰۱۱۴۶	۰/۰۰۷۸	۰/۹۹۸	۰/۰۰۰۵۴۴	۰/۰۰۷۴	۰/۹۹۹
	۰/۷	۰/۰۰۶۵	۰/۰۰۳۳۵	۰/۰۰۳۳	۰/۹۹۹	۰/۰۰۶۵	۰/۰۰۳۳	۰/۹۹۹	۰/۰۰۰۱۰۰۹	۰/۰۱۳۰	۰/۹۹۹۲
	۱	۰/۰۲۴۹	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۵۶	۰/۹۹۴	۰/۰۲۴۹	۰/۰۰۵۶	۰/۹۹۴	۰/۰۰۰۰۲۹۱	۰/۰۰۲۷	۰/۹۹۹
	۰/۳	۰/۰۱۱۵	۰/۰۰۷۸۷	۰/۰۰۷۸۷	۰/۹۹۸	۰/۰۱۱۵	۰/۰۰۷۸۷	۰/۹۹۸	۰/۰۰۰۰۵۴	۰/۰۰۷۳۸۱	۰/۹۹۹
۳۱	۰/۵	۰/۰۰۸۸	۰/۰۰۰۵۴۱	۰/۰۰۵۴۱	۰/۹۹۹	۰/۰۰۸۸	۰/۰۰۵۴۱	۰/۹۹۹	۰/۰۰۰۱۵۶	۰/۰۱۱۴۱۸	۰/۹۹۹۹
	۰/۷	۰/۰۰۸۷	۰/۰۰۰۵۳	۰/۰۰۵۳	۰/۹۹۹	۰/۰۰۸۷	۰/۰۰۵۳	۰/۹۹۹	۰/۰۰۰۱۳	۰/۰۱۱۷۴۸	۰/۹۹۹۹
	۱	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۰۴۸۱	۰/۰۰۴۸۱	۰/۹۹۹	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۴۸۱	۰/۹۹۹	۰/۰۰۰۱۵۶۸	۰/۰۱۴۰	۰/۹۹۸
	۰/۳	۰/۰۱۱۹	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۱۱	۰/۹۹۸	۰/۰۱۱۹	۰/۰۰۱۱	۰/۹۹۸	۰/۰۰۰۱۹۵	۰/۰۱۱۸۲	۰/۹۹۸
	۰/۵	۰/۰۱۱۳	۰/۰۰۰۷	۰/۰۰۰۷	۰/۹۹۸	۰/۰۱۱۳	۰/۰۰۰۷	۰/۹۹۸	۰/۰۰۰۰۵۸	۰/۰۰۶۰۲۵	۰/۹۹۹
۴۹	۰/۷	۰/۰۰۶۳	۰/۰۰۰۱۵۹	۰/۰۰۱۵۹	۰/۹۹۹	۰/۰۰۶۳	۰/۰۰۱۵۹	۰/۹۹۹	۰/۰۰۰۰۳۰	۰/۰۰۴۶	۰/۹۹۶
	۱	۰/۰۱۳۴	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۱۱	۰/۹۹۸	۰/۰۱۳۴	۰/۰۰۱۱	۰/۹۹۸	۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۱۱۳	۰/۹۹۹

نمایش داده شده است. رابطه ۱۳ یک رابطه رگرسیونی با $R^2=0/97$ بین زمان خشک‌شدن، شدت تابش IR و سرعت

در شکل ۲ با استفاده از تحلیل رگرسیونی چند متغیره، ارتباط همزمان زمان خشک‌شدن، شدت تابش IR و سرعت هوا

باد را نشان می‌دهد. با استفاده از این رابطه می‌توان زمان خشک شدن را بر حسب دو متغیر شدت تابش IR و سرعت جریان هوا محاسبه نمود.



شکل ۲ تغییرات زمان خشک شدن دانه انار با شدت تابش فروسرخ و سرعت هوا

$$\text{Time} = 229.05R + 0.38R^2 - 488.8V - 19670V^2 + 421R \times V$$

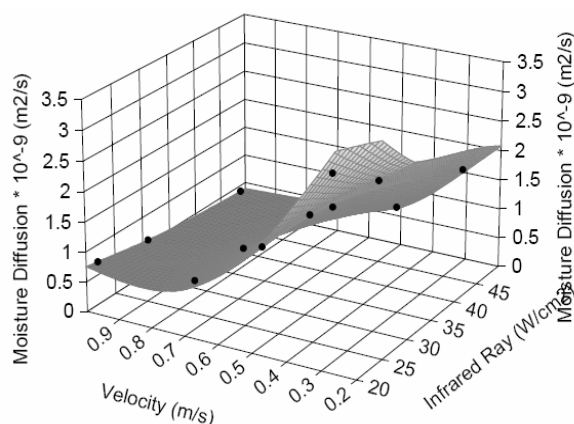
$$R^2 = 0.97 \quad (13)$$

جدول ۳ مقادیر ضریب انتشار موثر رطوبت و ضریب تعیین مدل خطی برای مقادیر شدت تابش فرو سرخ و سرعت هوا در خشک کردن دانه‌های انار

شدت تابش (W cm^{-2})					
۴۹		۳۱		۲۲	
$D_{\text{eff}} \times 10^{-9}$	R^2	$D_{\text{eff}} \times 10^{-9}$	R^2	$D_{\text{eff}} \times 10^{-9}$	R^2
۱/۶۱	۰/۹۲	۲/۴۱	۰/۹۲	۳/۲۱	۰/۹۸
۰/۷۲	۰/۹۰	۱/۶۱	۰/۹۵	۱/۶۱	۰/۹۹
۰/۴۸	۰/۸۶	۰/۸	۰/۸۸	۰/۸	۰/۹۵
۰/۴	۰/۸۸	۰/۵۶	۰/۹۵	۰/۷۲	۰/۸۷
سرعت باد (m s^{-1})					
					۰/۳
					۰/۵
					۰/۷
					۱

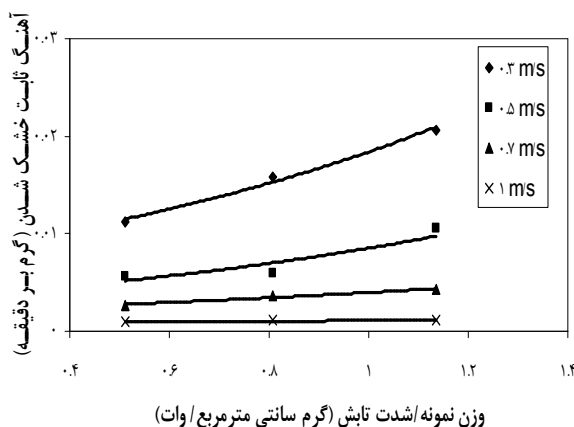
عامل، ضرایب پخش موثر رطوبتی متفاوتی بدست آمد. با افزایش شدت تابش، دمای دانه‌های انار بالا رفته و با کاهش سرعت هوا شدت خشک شدن سطح دانه‌های انار کاهش می‌یابد. با توجه به جدول ۳ مشاهده می‌شود که با افزایش شدت تابش اشعه مادون قرمز و کاهش سرعت جریان هوا در فرآیند خشک شدن دانه‌های انار، ضریب انتشار موثر رطوبت، یک روند افزایشی دارد. افزایش شدت تابش سبب افزایش گرادیان

با توجه به اینکه ضریب انتشار موثر رطوبت به دما و ترکیب مواد بستگی دارد [۲۶] و نظر به اینکه در پژوهش حاضر ترکیب دانه‌های انار در آزمایش‌ها ثابت بود لذا دلیل اصلی تغییر میزان ضریب انتشار موثر رطوبت در شرایط مختلف خشک کردن مربوط به دماهای مختلف اعمال شده می‌باشد. همچنین دما وابسته به شدت تابش پرتو فروسرخ و سرعت جریان هوا می‌باشد که در نسبت‌های مختلف ترکیب این دو



شکل ۳ تغییرات ضریب موثر انتشار رطوبت دانه انار با شدت تابش فروسرخ و سرعت هوا

در روش دوم برای بدست آوردن انرژی فعال سازی، مقادیر ضریب انتشار موثر رطوبت (جدول ۳) در مقابل (گرم سانتی متر مربع بر وات) در محیط نرم افزار *MATLAB* رسم گردید و با استفاده از مدل دادالی و همکاران (رابطه ۱۲) بر داده‌های رسم شده (شکل ۵) مقدار انرژی فعال سازی را تعیین گردید. مقدار انرژی فعال سازی در روش دوم برای دانه‌های انار ۰/۷۲ تا ۱/۱ وات بر گرم سانتی متر مربع بدست آمد.



شکل ۴ انرژی فعال سازی محاسبه شده با استفاده از آهنگ ثابت خشک شدن در مقابل وزن نمونه به شدت تابش

رابطه بین انرژی فعال سازی در حالت اول و حالت دوم در شکل (۶) نشان داده شده است. ضریب تعیین (R^2) برای ارتباط بین داده‌ها در شکل زیر ۰/۹۸ بدست آمد که نشان می‌دهد مقادیر انرژی فعال سازی بدست آمده از دو روش بسیار نزدیک می‌باشد.

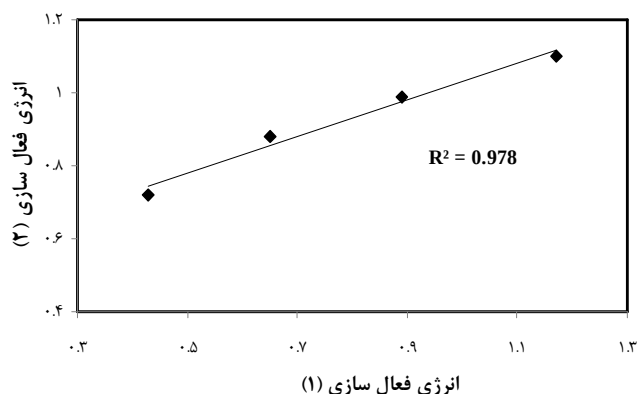
حرارتی در محصول در حال خشک شدن می‌گردد و سرعت خارج شدن جریان رطوبت داخل محصول را افزایش می‌دهد. همچنین کاهش سرعت هوا نیز با کاهش دادن اثر خنک کنندگی جریان هوا در این روش، باعث افزایش ضریب انتشار داخل محصول می‌گردد. به همین دلیل بیشترین مقدار ضریب انتشار در بیشترین شدت تابش و کمترین سرعت هوا روی می‌دهد. نتایج بدست آمده مشابه یافته‌های سایر پژوهشگران است [۲۷ و ۲۸].

با استفاده از تحلیل رگرسیونی چند متغیره، ارتباط همزمان ضریب پخش موثر، شدت تابش *IR* و سرعت جریان هوا بدست آمد (شکل ۳). رابطه ۱۴ معادله ضریب پخش موثر را بر حسب شدت تابش (*R*) و سرعت جریان هوا (*V*) را نشان می‌دهد.

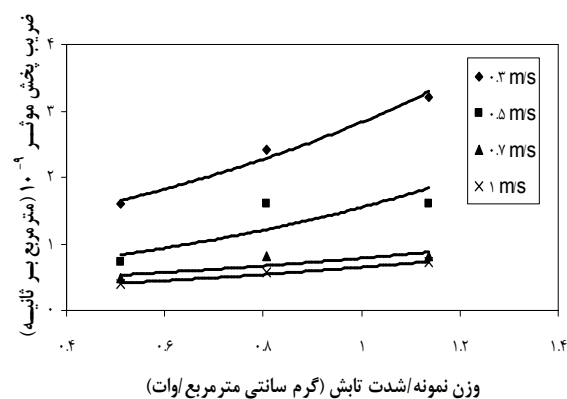
$$D_{eff} = 750 - 0.04R - 0.0033R^2 - 1139V + 0.25V^2 + 0.059R \times V \quad R^2 = 0.98 \quad (14)$$

انرژی فعال سازی

با رسم نمودار آهنگ ثابت خشک شدن در مقابل وزن نمونه به شدت تابش، انرژی فعال سازی و (k_0) از رابطه (۱۱) بدست آمد. از آنجا که مدل میدیلی بهترین برازش را بر داده‌های آزمایشگاهی داشت (جدول ۲) و با توجه به ضرایب بدست آمده در مدل میدیلی (شکل ۴) مشاهده شد که با افزایش شدت تابش، آهنگ ثابت خشک شدن *k* افزایش یافت. با استفاده از آنالیز آماری و با رسم نمودار آهنگ ثابت خشک شدن در برابر وزن نمونه/ شدت تابش و با بکارگیری مدل دادالی و همکاران در محیط نرم افزار *MATLAB* و برازش آن بر داده‌های رسم شده (شکل ۴) مقدار انرژی فعال سازی برای دانه‌های انار ۰/۴۳ تا ۱/۱۷ وات بر گرم سانتی متر مربع بدست آمد.



شکل ۶ ارتباط بین مقادیر انرژی فعال سازی در حالت اول و حالت دوم



شکل ۵ انرژی فعال سازی محاسبه شده با استفاده از ضریب موثر انتشار رطوبت در مقابل وزن نمونه به شدت تابش

۵- منابع

- [1] Umesh Hebber, H., Vishwanatan, K. H. and Ramesh, M. N. 2004. Development of combined infrared and hot air dryer for vegetables. Journal of Food Engineering. 65: 557-563.
- [2] Nowak, D. and Lewicki, P. 2004. Infrared drying of apple slices. Innovation Food Science and Emerging Technologies. 5: 353-360.
- [3] Timoumi, S., Mihoubi, D. and Zagrouba, F. 2007. Shrinkage, vitamin C degradation and aroma losses during infra-red drying of apple slices. LWT. 40:1648-1654.
- [4] Henderson, S.M., R.L. Perry, and J.H. Young. 1997. Principles of Process Engineering. American Society of Agriculture Engineers (ASAE). (4th ed.). ASAE Publisher.
- [5] Nonhebel, G. 1973. Drying of solids in the chemical industry. Butterworth and Co. LTD. England.
- [6] Sharma, G. P., Verma, R. C. and Pathare, P. B. 2004. Thin-layer infrared radiation drying of onion slices. Journal of Food Engineering. 67: 361-366.
- [7] Afzal, T. M. and Abe, T. 1998. Diffusion in potato during far infrared radiation drying. Journal of Food Engineering. 37(4): 353-365.
- [8] Das, I., Das, S. K. and Bal, S. 2004. Specific energy and quality aspects of infrared (IR) dried parboiled rice. Journal of Food Engineering. 68: 249-255.
- [9] Celma, A. R., Rojas, S., Lopez, F., Montero, I. and Miranda, T. 2007. Thin-layer drying behavior of sludge of olive oil

۴- نتیجه گیری

بر اساس رفتار خشک شدن دانه های انار به صورت لایه نازک در در سه شدت تابش فرو سرخ (۲۲، ۳۱ و ۴۹ وات بر سانتی مترمربع) و چهار سطح سرعت جریان هوا (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر بر ثانیه) مشخص شد که فرآیند خشک شدن دانه های انار در مرحله نزولی روی می دهد. یافته ها حاکی است که شدت تابش و سرعت هوا در خشک کن فرو سرخ عامل مهمی در زمان خشک شدن دانه های انار و ثابت های مدل میدیلی بود. نتایج بدست آمده نشان داد که مدل میدیلی بهترین برازش را بر داده های آزمایش داشت. با افزایش سرعت هوا، زمان خشک شدن روند افزایشی و با افزایش شدت تابش، زمان خشک شدن روند کاهشی داشت. ضریب موثر انتشار رطوبت نیز در خشک کردن دانه های انار، با افزایش شدت تابش فرو سرخ و کاهش سرعت هوا افزایش یافت. کمینه ضریب انتشار رطوبت 0.4×10^{-9} متر مربع بر ثانیه در سرعت هوای ۱ متر بر ثانیه و شدت تابش ۴۹ وات بر سانتی متر مربع و بیشترین مقدار آن 3.21×10^{-9} متر مربع بر ثانیه در سرعت هوای ۰/۳ متر بر ثانیه و شدت تابش ۲۲ وات بر سانتی متر مربع تعیین گردید. انرژی فعال سازی در خشک کردن فرو سرخ به دو روش محاسبه شد و مقادیر بدست آمده از ۲ روش به یکدیگر نزدیک بودند. مقادیر انرژی فعال سازی در روش اول بین (۰/۴۳ تا ۱/۱۷) وات بر گرم سانتی متر مربع و در روش دوم بین (۰/۷۲ تا ۱/۱) وات بر گرم سانتی مترمربع بدست آمد.

- [19] Togrul, I.T. and Pehlivan, D. 2004. Modelling of thin-layer drying kinetics of some fruits under open-air sun drying process. *Journal of Food Engineering*. 65(3): 413-425.
- [20] Verma, L. R., Bucklin, R. A., Endan, J. B., and Wratten, F. T. 1985. Effects of drying air parameters on rice drying models. *Transactions of the ASAE*. 28: 296-301.
- [21] Menges, H. O and C. Ertekin. 2005. Mathematical modeling of thin layer drying of golden apples. *Journal of Food Engineering*. 77: 119-125.
- [22] Mohsenin, N. 1996. *Physical Characteristics: Physical Properties of Plant and Animal Materials*. New York, Gordon and Breach Science Publisher.
- [23] Crank, J. 2001. *Mathematics of Diffusion* (2nd ed.) London: Oxford University Press.
- [24] Aghbashlo, M., Kianmehr, M. and Samimi-Akhijahani, H. 2008. Influence of drying conditions on the effective moisture diffusivity, energy of activation and energy consumption during the thin-layer drying of berberis fruit (Berberidaceae). *Energy Conversion and Management*. 49: 2865-2871.
- [25] Dadali, G., Apar, D. K. and Ozbek, B. 2007a. Microwave drying kinetics of okra. *Drying Technology*, 25 (5): 917 – 924.
- [26] Rizvi, S. S. H. 2005. *Thermodynamic properties of foods in dehydration*. Third Edition. Taylor and Francis Publisher.
- [27] Shin Kim, S. and Bhowmik, R. S. 1995. Effective moisture diffusivity of plain yoghurt undergoing microwave vacuum drying. *Journal of Food Engineering*. 24: 137-148.
- [28] Sharma, G. P. and Prasad, S. 2004. Effective moisture diffusivity of garlic cloves undergoing microwave- convective drying. *Journal of Food Engineering*. 65: 609-617.
- extraction. *Journal of Food Engineering*, 80: 1261-1271.
- [10] Pan, Z., Khir, R., Godfrey, L. D., Lewis, R., Thompson, J. F. and Salim, A. 2008. Feasibility of simultaneous rough rice and disinfestations by infrared radiation heating and rice milling quality. *Journal of Food Engineering*. 84: 469-479.
- [11] Mohajeran, S.H. 2003. Fabrication of infrared dryer for rice drying. M. Sc. Thesis. Faculty of Agriculture. Tarbiat Modares University. Tehran. Iran. (in Farsi).
- [12] Shahrestani, N. 1998. *Berberis Fruits*. Publication of Gilan University. (in Farsi).
- [13] Doymaz, I. 2005. Influence of pretreatment solution on the drying of sour-cherry. *Journal of Food Engineering*. 78:591-6.
- [14] Akpınar, E., Midilli, A. and Bicer, Y. 2003. Single layer drying behavior of potato slices in a convective cyclone and mathematical modeling. *Journal Energy Conversion and Management*. 44: 1689-1705.
- [15] Babalis, S. J., Papaniclaou, E., Kyriakis, N. and Belessiotis, V.G. 2005. Evaluation of thin-layer drying models for describing drying kinetics of figs (*Ficus Carica*). *Journal of Food Engineering*. 75: 205-214.
- [16] Lewis, W. K. 1921. The rate of drying of solid materials. *Ind. Engineering Chemistry*. 13: 427-432.
- [17] Lahsasni, S., Kouhila, M., Mahroz, M., Aitmahmamad, L. and Agorram, B. 2004. Characteristic drying curve and mathematical modeling of thin-layer solar drying of Prickly pear cladode (*Opuntia ficus indica*). *Journal of Food Process Engineering*. 27(2): 103-117.
- [18] Page, G. E. 1949. Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers. M. Sc. Thesis, Purdue University.

Mathematical Modeling of Drying Pomegranate Arils in Infrared Dryer

Khoshtaghaza, M. H.^{1*}, A. Motevali², S. Minaei¹, A. Abbaszadeh³

1. Department of Biosystems Engineering Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2. Department of Biosystems Engineering, Agriculture Science & Natural Resources University, Sari, Iran.

3. Department of Biosystems Engineering, Gorgan Agriculture Science and Natural Resources University, Gorgan, Iran

In this study, pomegranate arils were dried by infrared dryer to find a suitable mathematical model, effective moisture diffusion coefficient and activation energy. The experiments were performed at four air velocity levels (0.3, 0.5, 0.7 and 1 ms⁻¹) and three infrared radiation levels (22, 31 and 49 W cm⁻²). Experimental data with semi-theoretical and empirical models were evaluated to find the best model. Among the models, Midilli's Model was selected based on R², χ^2 and RMSE criteria. Effective diffusion coefficient of pomegranate arils was in the range of 0.4×10^{-9} to 3.21×10^{-9} m² s⁻¹. Activation energy was calculated by using Arrhenius exponential model. The values of activation energy were determined in first method between 0.43 to 1.17 W g⁻¹ cm⁻¹ and second method between 1.1 to 0.72 W g⁻¹ cm⁻¹.

Keywords: Drying Kinetic, Effective Diffusion Coefficient, Activation Energy, Pomegranate Arils

*Corresponding Author E-Mail Address: khoshtag@modares.ac.ir