

## مدل سازی ریاضی فرآیند خشکاندن انار در خشک کن فرسرخ

محمد هادی خوش تقاضا<sup>۱\*</sup>، علی متولی<sup>۲</sup>، سعید مینایی<sup>۱</sup>، احمد عباس زاده<sup>۳</sup>

۱- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری

۳- گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

### چکیده

در این پژوهش، دانه های انار بوسیله خشک کن فرو سرخ خشک گردید. به منظور تخمین و انتخاب یک مدل ریاضی مناسب، ضریب موثر انتشار رطوبت و مقادیر انرژی فعال سازی، آزمایش های خشک کردن دانه انار در چهار سطح سرعت هوا (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر بر ثانیه) و شدت تابش (۲۲، ۳۱ و ۴۹ وات بر سانتی متر مربع) انجام گرفت. داده های تجربی با انواع مدل های نیمه نظری و تجربی ارزیابی شد و نهایتاً از میان مدل های مورد نظر، مدل میدیلی با توجه به معیارهای  $R^2$ ،  $\chi^2$  و  $RMSE$  به عنوان بهترین مدل انتخاب شد. ضریب موثر انتشار رطوبت دانه های انار بین  $0.4 \times 10^{-9}$  تا  $3.21 \times 10^{-9}$  متر مربع بر ثانیه بدست آمد. انرژی فعال سازی با استفاده از یک رابطه نمایی بر مبنای رابطه آرنوس محاسبه شد. مقادیر انرژی فعال سازی در روش اول بین (۰/۴۳ تا ۱/۱۷) وات بر گرم سانتی متر مربع و در روش دوم بین (۰/۷۲ تا ۱/۱) وات بر گرم سانتی متر مربع بدست آمد.

کلید واژگان: سینتیک خشک شدن، ضریب موثر انتشار، انرژی فعال سازی، دانه های انار

## ۱- مقدمه

در طی خشک‌شدن، فرآیند انتقال حرارت و جرم بطور توأم اتفاق می‌افتد، یعنی گرما به درون ماده نفوذ کرده و موجب تبخیر رطوبت آن می‌شود و رطوبت تبخیر شده از منافذ ماده به خارج از آن راه می‌یابد. خشک‌کردن با استفاده از جریان هوای داغ دارای معایبی از جمله اتلاف انرژی حرارتی و بازده کم دستگاه [۱]، زمان طولانی خشک‌شدن [۲] و کیفیت پایین و چروکیدگی محصول خشک‌شده [۳] می‌باشد.

یکی از روش‌های جدید در خشک‌کردن مواد غذایی، استفاده از انرژی تشعشعی فروسرخ<sup>۱</sup> (IR) است. بخشی از پرتوهای فروسرخ تابیده شده به سمت محصول از آن عبور کرده، بخشی از آن منعکس شده و قسمتی از آن توسط محصول جذب شده و تبدیل به انرژی گرمایی می‌شود که دمای محصول را بالا می‌برد [۲]. در خشک کردن با تابش IR، از لامپ مخصوص فرو سرخ استفاده می‌شود. در روش تابش، انتقال انرژی از یک منبع مولد انرژی و از طریق فضا (خلأ و یا دارای جو) صورت می‌گیرد و گرما از منبع در فضا منتشر می‌شود. میزان تابش بستگی به محیط و دمای مطلق سطح تابنده دارد [۴]. در این روش هوای محیط اطراف ماده‌ی مرطوب، توسط دمنده یا مکنده‌ای جریان می‌یابد تا ضمن جلوگیری از اشباع شدن سطح ماده از رطوبت، رطوبت تبخیر شده را از محیط اطراف خارج کند تا رطوبت برای خارج شدن از ماده با مقاومت کمتری مواجه گردد. از کاربردهای خشک‌کردن با استفاده از تابش فروسرخ می‌توان به خشک‌کردن بسیاری از مواد شیمیایی، دارویی و غذایی در صنعت و انجام تست‌های آزمایشگاهی به منظور تعیین مشخصات خشک شدن مواد مختلف، اشاره نمود [۵]. از مزایای خشک‌کردن فروسرخ افزایش گرادیان حرارتی در مدت زمان کوتاه [۲] و کاهش زمان خشک‌شدن [۲ و ۶] می‌باشد.

شارما و همکاران به بررسی و مدل‌سازی ریاضی خشک‌شدن لایه نازک پیاز به روش ترکیبی جریان هوا و تابش مادون قرمز پرداختند [۶]. آزمایش‌ها در سه سطح قدرت لامپ ۳۰۰، ۴۰۰

و ۵۰۰ وات، سه سطح دما ۳۵، ۴۰ و ۴۵ درجه سلسیوس و سه سطح سرعت هوا ۱، ۱/۲۵ و ۱/۵ متر بر ثانیه انجام گردید. نتایج آزمایش‌ها نشان داد که با افزایش قدرت لامپ در دما و سرعت هوای ثابت، زمان خشک‌شدن کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت هوا در قدرت ثابت لامپ و دمای ثابت به علت پدیده‌ی خشک‌شدن سطح محصول زمان خشک‌شدن افزایش می‌یابد. با استفاده از داده‌های آزمایش و استفاده از معادلات بکار گرفته شده، مدل Page با بیشترین ضریب همبستگی، بهترین مدل برای آزمایش‌ها بود.

افضل و ابی در سال ۱۹۹۹ خصوصیات بنیادی خشک کردن سیب زمینی به روش مادون قرمز را در چهار شدت تابش ۰/۱۲۵، ۰/۲۵۰، ۰/۳۷۵ و ۰/۵۰۰ وات بر سانتی‌متر مربع و برای سه سرعت جریان هوای ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۷ متر بر ثانیه، در دو سطح از رطوبت نسبی هوای ۳۶ و ۶۲ درصد بررسی کردند. نتایج آزمایشات نشان داد که آهنگ خشک کردن (درصد رطوبت وزنی محصول نسبت به زمان، طی عملیات خشک کردن) سیب‌زمینی به شدت تابش و سرعت جریان هوا بستگی دارد. همچنین نتایج نشان داد که رطوبت نسبی هوا تاثیری بر نرخ خشک‌کردن سیب‌زمینی به روش مادون قرمز ندارد و مدل Page تغییرات رطوبت سیب‌زمینی در طی خشک‌کردن به روش مادون قرمز را به خوبی پیش‌بینی می‌کند [۷].

همچنین در تحقیق دیگر، خشک‌کردن برنج به روش مادون قرمز از خشک‌کن لرزشی برنج استفاده شده است. آزمایش‌ها با پنج سطح شدت تابش اشعه‌ی مادون قرمز (۵۵۱۴، ۴۵۲۰، ۲۵۲۰ و ۱۵۰۹ وات بر متر مربع) و چهار سطح عمق بستر محصول (۳، ۶، ۱۲ و ۲۵ میلی‌متر) انجام شد. نتایج نشان داد که در یک شدت تابش ثابت، با افزایش عمق محصول میزان مصرفی انرژی به ازای تبخیر واحد جرم رطوبت، به علت این که درصد کمتری از انرژی تابشی می‌تواند بدون برخورد به محصول هدر رود، کاهش یافته و در یک عمق ثابت، با افزایش شدت تابش اشعه مادون قرمز، میزان مصرفی انرژی به ازای تبخیر واحد جرم رطوبت، در اثر سرعت بالای خشک شدن محصول، کاهش می‌یابد [۸].

## 1. Infrared Radiation

خشک کردن با استفاده از ترازوی (EK-3000i، A&D, Japan)، اندازه‌گیری دمای محیط با دماسنج (TM-925, Lutron, Taiwan)، سرعت هوا با بادسنج (YK,80AM, Lutron, Taiwan)، برای اندازه‌گیری رطوبت با رطوبت‌سنج (Testo, 400, Germany) انجام شد. برای تولید پرتوهای فروسرخ از لامپ‌های اسرام با قدرت ۲۵۰ وات و شدت جریان ۲۲۰ ولت استفاده شد.

در اکثر پژوهش‌ها، مدل سینتیک خشک کردن بر اساس نسبت رطوبت (MR) بدست آمده است که علت آن کاهش پراکندگی و خوش فرم کردن داده‌ها می‌باشد [۱۴].

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_o - M_e} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، MR نسبت رطوبت (بدون بعد)،  $M_t$ ،  $M_e$  و  $M_o$  به ترتیب میزان رطوبت در هر لحظه از فرآیند خشک کردن، میزان رطوبت تعادلی و میزان رطوبت اولیه بر پایه خشک (d.b.) می‌باشد. با توجه به اینکه معمولاً مقدار  $M_e$  در مقایسه با  $M_o$  و  $M_t$  عدد کوچکی می‌باشد، اغلب خطای ناشی از در نظر نگرفتن آن نیز بسیار جزئی است [۱۴]. لذا محاسبه نسبت رطوبت دانه‌های انار در طول فرآیند خشک کردن با رابطه (۲) انجام شد.

$$MR = \frac{M_t}{M_o} \quad (2)$$

برای برازش مدل‌های استاندارد خشک شدن لایه نازک با داده‌های آزمایشی، از محیط برازش منحنی‌های نرم‌افزار *MATLAB 2007* استفاده گردید. برای تعیین بهترین مدل از بزرگترین ضریب تعیین ( $R^2$ )، مربع کای ( $\chi^2$ ) و ریشه میانگین مربعات خطا ( $RMSE$ ) استفاده شد. در ابتدا ۱۴ مدل تجربی را بر داده‌های آزمایشگاهی برازش داده و با توجه به بزرگترین  $R^2$  و کوچکترین  $RMSE$  و  $\chi^2$ ، هفت مدل با دقت بالا انتخاب شد (جدول ۱).

پژوهشگران زیادی سینتیک خشک شدن محصولات مختلف کشاورزی را با استفاده از تابش پرتوهای فروسرخ برای یافتن بهترین مدل ریاضی بررسی کرده‌اند، که از آن جمله می‌توان به خشک شدن سبزیجات [۱]، زیتون [۹]، لایه‌های سیب [۳]، شلتوک [۱۰ و ۱۱] اشاره کرد.

انار را می‌توان بر اساس مزه به دو نوع شیرین و ترش تقسیم کرد. موطن اصلی انار خاور میانه به ویژه ایران می‌باشد بصورتی که نوع ترش مزه آن بطور وحشی در جنگل‌های شمال ایران به فراوانی وجود دارد [۱۲]. به علت ترشی بیش از اندازه، دانه‌های انار ترش را خشک کرده و پس از خشک کردن، آنها را با دستگاه خرد می‌کنند و با غذا مخلوط کرده و مورد استفاده قرار می‌دهند.

برای انتخاب یک مدل ریاضی مناسب که بتوان بر اساس آن سینتیک خشک شدن محصول مورد نظر را بدست آورد نیاز به یک سری ویژگی‌های فیزیکی و حرارتی محصولات کشاورزی مانند انتقال جرم و حرارت، و ضریب موثر انتشار رطوبت می‌باشد تا بتوان به کمک آن یک خشک‌کن فروسرخ با کارایی مناسب طراحی نمود. هدف اصلی این پژوهش بررسی سینتیک خشک شدن و انتخاب بهترین مدل ریاضی برای خشک کردن دانه‌های انار ترش بوسیله خشک‌کن فروسرخ می‌باشد.

## ۲- مواد و روشها

انار تازه ترش از شهرستان جویبار، استان مازندران (شمال ایران) تهیه شد و تا زمان انجام آزمایش در یخچال در دمای  $5^{\circ}\text{C}$  + نگهداری شد. میزان رطوبت اولیه دانه‌های انار، به روش خشک کردن در آون، ۳۳۳٪ درصد بر پایه خشک بدست آمد [۱۳].

فرآیند خشک کردن دانه‌های انار در ۴ سطح سرعت جریان هوا (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر بر ثانیه) و ۳ سطح تابش فروسرخ (۰/۴۹، ۰/۳۱ و ۰/۲۲ وات بر سانتی‌متر مربع) اجرا شد. توزین نمونه‌های آزمایش به صورت پیوسته در طی

2. Curve fitting
3. Correlation coefficient
4. Chi-square
5. Root mean square error

## جدول ۱ مدل های مورد استفاده برای برازش داده های تجربی

$MR = \exp(-kt)$	(۱) مدل لوئیس [۱۶]
$MR = a \exp(-kt)$	(۲) مدل هندرسون و پاییس [۱۷]
$MR = \exp(-kt^n)$	(۳) مدل پیچ [۱۸]
$MR = a \exp(-kt) + (1-a)\exp(-kbt)$	(۴) مدل لگاریتمی [۱۹]
$MR = a \exp(-kt) + (1-a)\exp(-kbt)$	(۵) تقریب پخش [۱۹]
$MR = a \exp(-kt) + (1-a)\exp(-gt)$	(۶) ورما و همکاران [۲۰]
$MR = a \exp(-kt^n) + bt$	(۷) میدیلی و همکاران [۲۱]

که در آن  $n$  تعداد عبارات در نظر گرفته شده از رابطه،  $t$  زمان خشک شدن ( $\min$ )،  $D_{eff}$  ضریب انتشار موثر رطوبت (متر مربع بر ثانیه)،  $r_e$  شعاع کره (متر) است. رابطه (۷) در مدت زمان های طولانی خشک شدن به صورت رابطه (۸) خلاصه می شود [۲۴].

$$MR = \frac{6}{\pi^2} \exp\left(-\pi^2 \frac{D_{eff} t}{r_e^2}\right) \quad (۸)$$

رابطه (۸) برای بدست آوردن ضریب موثر انتشار رطوبت استفاده شده است. در این مرحله شعاع دانه انار ( $r_0$ ) ثابت در نظر گرفته می شود. با لگاریتم گیری از طرفین رابطه (۸) می توان رابطه را به صورت خطی نوشت:

$$\ln(MR) = \ln\left(\frac{6}{\pi^2}\right) - \left(\pi^2 \frac{D_{eff} t}{r_e^2}\right) \quad (۹)$$

با رسم لگاریتم طبیعی داده های بدست آمده در طول آزمایش نسبت به زمان، خطی با شیب  $k_1$  بدست می آید که از مساوی قرار دادن این شیب با ضریب  $t$  در رابطه (۹)، ضریب انتشار موثر رطوبت را می توان به کمک رابطه (۱۰) محاسبه کرد.

$$k_1 = \frac{\pi^2 D_{eff}}{r_e^2} \quad (۱۰)$$

از آنجایی که دما در خشک کن IR در هنگام کار به طور دقیق قابل اندازه گیری نیست، برای به دست آوردن انرژی فعال سازی باید از شکل اصلاح شده رابطه آرینوس استفاده کرد. شکل اصلاح شده رابطه آرینوس در خشک کردن به روش میکروویو استفاده و انرژی فعال سازی محاسبه گردیده است [۲۵]. اما در روش IR از آنجا که دما مشخص نیست می توان مانند روش میکروویو از ارتباط بین آهنگ ثابت سینتیک

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{pred,i} - MR_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^N (\overline{MR}_{pred} - MR_{exp,i})^2} \quad (۳)$$

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (MR_{exp,i} - MR_{pre,i})^2}{N - m} \quad (۴)$$

$$RMSE = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (MR_{pre,i} - MR_{exp,i})^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (۵)$$

در این رابطه ها،  $MR_{exp,i}$  نسبت رطوبت تجربی  $MR_{pre,i}$  نسبت رطوبت پیشگوئی شده  $N$  تعداد مشاهدات و  $m$  تعداد ثابتهای خشک شدن می باشد.

میانگین قطر هندسی دانه های انار به طور جداگانه حساب شد. برای این منظور حجم ۵۰ عدد دانه انار به روش جابه جایی تولوئن بدست آمد (این عمل در ۳ تکرار انجام شد). سپس با استفاده از حجم کل، حجم یک دانه انار محاسبه شده و آن را تقریباً برابر با حجم کره در نظر گرفته شد و در نهایت شعاع معادل دانه به کمک رابطه (۶) محاسبه گردید [۲۲]. شعاع معادل برای دانه انار ۴/۱۱ میلی متر بدست آمد.

$$v = \frac{4}{3} \pi r_e^3 \quad (۶)$$

در شرایط ناپایدار اشکال کروی می توان مطابق قانون دوم فیک انتقال رطوبت در مرحله نزولی فرآیند خشک کردن را با استفاده از معادله (۷) توصیف نمود [۲۳].

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_o - M_e} = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-n^2 \pi^2 \frac{D_{eff} t}{r_e^2}\right) \quad (۷)$$

### ۳- نتایج و بحث

#### سینتیک خشک شدن

شکل ۱ منحنی‌های خشک شدن دانه‌های انار را در سرعت‌های مختلف جریان هوا و شدت‌های تابش نشان می‌دهد. در شروع فرآیند خشک کردن، رطوبت اولیه محصول زیاد بوده و آهنگ از دست دادن رطوبت زیاد است. به تدریج با گذشت زمان، میزان رطوبت محصول کاهش پیدا کرده و در نتیجه سرعت کاهش رطوبت نیز به طور طبیعی کاهش نشان می‌دهد. عوامل موثر در روش خشک کردن فروسرخ شدت تابش فروسرخ و سرعت جریان هوا می‌باشد. در روش تابش مادون قرمز با افزایش سرعت جریان هوا، به علت خنک شدن سطح محصول توسط جریان هوا زمان خشک کردن محصول افزایش می‌یابد. خنک شدن سطح محصول سبب کاهش گرادیان حرارتی در داخل محصول می‌گردد و در نتیجه زمان خشک کردن محصول افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش شدت تابش به دلیل افزایش شدت تابش، گرادیان حرارتی محصول افزایش یافته و به دنبال آن آهنگ تبخیر محصول افزایش یافته و زمان خشک شدن کاهش می‌یابد. نتایج بدست آمده با یافته‌های [۱، ۲، ۶، ۸] مشابهت دارد. بهترین مدلی که می‌تواند سینتیک خشک شدن دانه‌های انار را توصیف کند با توجه به بزرگترین مقدار میانگین ضریب تعیین ( $R^2$ ) و کمترین مقادیر میانگین  $\chi^2$  و  $RMSE$  انتخاب شد. با مقایسه این شاخص‌ها (جدول ۲) مشخص شد که مدل میدیلی مناسب‌ترین مدل برای توصیف داده‌های آزمایشگاهی است. افزایش سرعت جریان هوا با نرخ خشک شدن رابطه معکوس دارد و آهنگ پایین خشک کردن دانه‌های انار در سرعت‌های بالای جریان هوا به علت پدیده‌ی خنک شدن سطح دانه‌های انار می‌باشد. در نتیجه با افزایش سرعت جریان هوا، مدت زمان خشک شدن افزایش می‌یابد. نتایج بدست آمده با یافته‌های [۶ و ۸] مشابهت دارد.

خشک شدن ( $k$ ) و نسبت وزن نمونه (گرم) به شدت پرتو فروسرخ (وات بر سانتی مربع) به جای دمای هوا استفاده کرد. در این حالت پس از ارزیابی داده‌ها، با به کار بردن رابطه (۱۱) و رسم مقادیر آهنگ ثابت خشک شدن ( $k$ ) در مقابل نسبت وزن نمونه (گرم) به شدت پرتو فروسرخ (وات بر سانتی مربع) در نرم‌افزار MATLAB می‌توان مقدار انرژی فعال سازی را بدست آورد.

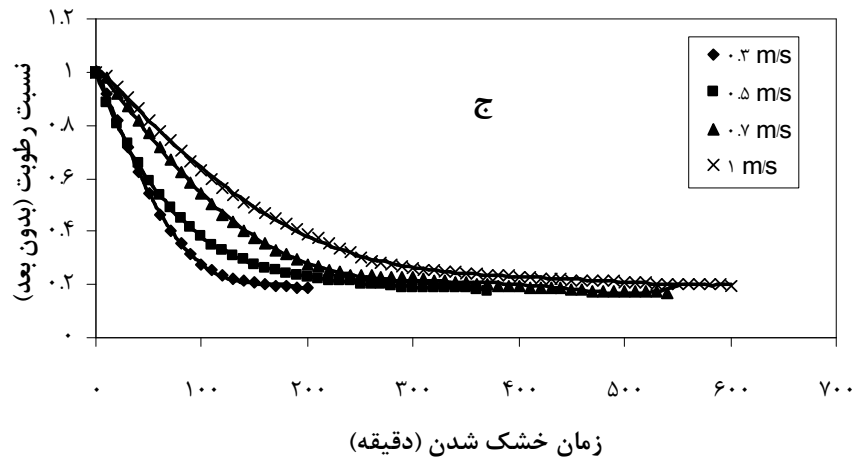
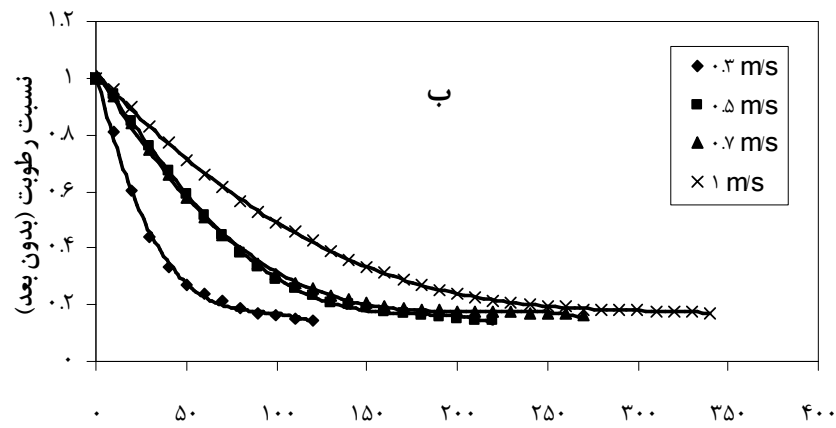
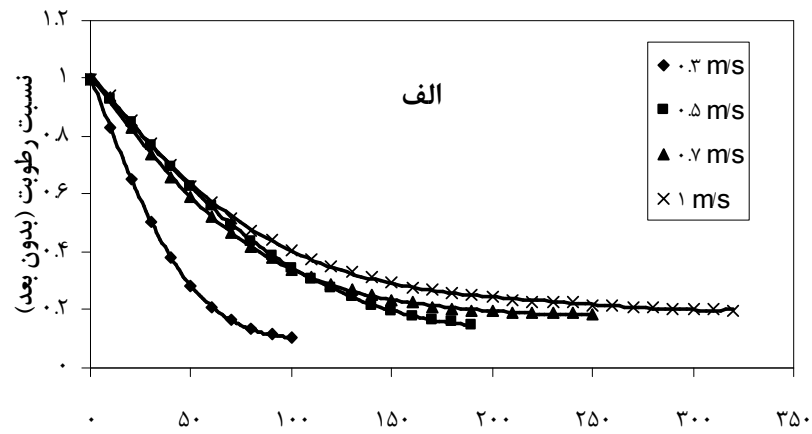
$$k = k_0 \exp\left(\frac{-E_a \cdot m}{R}\right) \quad (11)$$

که در آن،  $k$  آهنگ ثابت خشک شدن ( $\text{min}^{-1}$ ) (که از رابطه میدیلی بدست می‌آید)،  $k_0$  عرض از مبدا رابطه ( $\text{min}^{-1}$ )،  $E_a$  انرژی فعال سازی (وات بر گرم سانتی متر مربع)، ( $R$ ) پرتو فروسرخ (وات بر سانتی متر مربع) و ( $m$ ) وزن نمونه ها (گرم) می باشد.

در روش دوم، برای بدست آوردن انرژی فعال سازی از ارتباط بین ضریب موثر انتشار رطوبت و نسبت شدت پرتو فروسرخ به وزن نمونه (گرم سانتی متر مربع بر وات) نمونه بر اساس مدل آرینوس می‌تواند استفاده نمود [۲۵].

$$D_{eff} = D_0 \exp\left(-\frac{E_a \cdot m}{R}\right) \quad (12)$$

که در آن،  $D_{eff}$  ضریب موثر انتشار رطوبت (متر مربع بر ثانیه)،  $D_0$  عرض از مبدا (متر مربع بر ثانیه)،  $E_a$  انرژی فعال سازی (وات بر گرم سانتی متر مربع) ( $R$ ) پرتو فروسرخ (وات بر سانتی متر مربع) و ( $m$ ) وزن نمونه ها (گرم) می باشد. با رسم نمودار در دو حالت بالا و با استفاده از مدل دادالی و همکاران [۲۵] و تحلیل رگرسیونی چند متغیره در محیط نرم افزار MATLAB می‌توان انرژی فعال سازی و ضرایب ( $D_0$  و  $k_0$ ) را بدست آورد.



شکل ۱ تاثیر سرعت جریان هوا ( $0.3$ ،  $0.5$ ،  $0.7$  و  $1$  متر بر ثانیه) بر نسبت رطوبت دانه‌های انار در فرآیند خشک شدن بر حسب میزان برآزش داده‌ها با مدل میدیلی (خطوط پیوسته) در سه شدت تابش فروسرخ (الف)  $22 \text{ W cm}^{-2}$ ، (ب)  $31 \text{ W cm}^{-2}$ ، (ج)  $49 \text{ W cm}^{-2}$

جدول ۲ مقایسه میزان برازش داده‌های تجربی خشک کردن دانه‌های انار در شرایط مختلف شدت تابش IR و سرعت جریان هوا برای مدل‌های نیمه تجربی

لگاریتمی			هندرسون و پابیس			بیج			لوئیس			نام مدل	
R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	سرعت باد (m s <sup>-1</sup> )	شدت تابش (W cm <sup>-2</sup> )
۰٫۹۸۶	۰٫۰۱۰۸	۰٫۰۳۹۲	۰٫۹۷۱	۰٫۰۲۲۴	۰٫۰۵۶۶	۰٫۸۷۱	۰٫۰۰۹۶	۰٫۰۳۷۰	۰٫۹۶۹	۰٫۰۲۳۹	۰٫۰۵۴۷	۰٫۳	
۰٫۹۷۶	۰٫۰۱۶۱۸۸	۰٫۰۴۸۰	۰٫۹۶	۰٫۰۲۷۵۶	۰٫۰۶۲۷۵	۰٫۸۸۳	۰٫۰۰۴۱۶۷	۰٫۰۲۴۴	۰٫۹۱۲	۰٫۰۳۱۱۳	۰٫۰۶۲۳۸	۰٫۵	۲۲
۰٫۹۷۵	۰٫۰۲۲۲	۰٫۰۴۹	۰٫۹۷۵	۰٫۰۲۱۹	۰٫۰۴۹۴	۰٫۹۹۵	۰٫۰۰۳۹	۰٫۰۲۰۹	۰٫۹۲۸	۰٫۰۲۸۲	۰٫۰۵۳۱	۰٫۷	
۰٫۹۶۲	۰٫۰۳۵۲	۰٫۰۵۹۳	۰٫۹۱۲	۰٫۰۸۱۹	۰٫۰۹۰۵	۰٫۹۷۳	۰٫۰۲۵۲	۰٫۰۵۰۲	۰٫۹۱۴	۰٫۰۹۴۹	۰٫۰۹۲۹	۱	
۰٫۹۷۶	۰٫۰۱۶۲	۰٫۰۴۸۱	۰٫۹۶۰	۰٫۰۲۷۶	۰٫۰۶۲۷	۰٫۹۶۵	۰٫۰۰۴۲	۰٫۰۲۴۴	۰٫۹۵۴	۰٫۰۳۱۱	۰٫۰۶۲۴	۰٫۳	
۰٫۹۸۵	۰٫۰۱۲۰	۰٫۰۳۸۸	۰٫۹۶۹	۰٫۰۲۵۲	۰٫۰۵۶۱	۰٫۹۸۶	۰٫۰۰۷۲	۰٫۰۲۹۹	۰٫۹۶۴	۰٫۰۲۸۴	۰٫۰۶۶۲	۰٫۵	۳۱
۰٫۹۷۱	۰٫۰۲۳۱	۰٫۰۵۳۷	۰٫۹۳۰	۰٫۰۵۶۳	۰٫۰۸۳۹	۰٫۹۵۹	۰٫۰۰۹۶	۰٫۰۳۴۶	۰٫۹۲۱	۰٫۰۶۳۵	۰٫۰۷۴۰	۰٫۷	
۰٫۹۲۹	۰٫۰۵۰۸	۰٫۰۷۵۲	۰٫۹۵۲	۰٫۰۳۴۲	۰٫۰۶۱۷	۰٫۹۸۶	۰٫۰۰۰۲۹۱	۰٫۰۰۵۷	۰٫۹۲۶	۰٫۰۵۴۷	۰٫۰۸۴۰	۱	
۰٫۹۶۴	۰٫۰۲۵۸	۰٫۰۵۳۶	۰٫۹۲۲	۰٫۰۵۷۳	۰٫۰۷۹۸	۰٫۹۹۴	۰٫۰۰۳۹	۰٫۰۲۰۹	۰٫۹۲۵	۰٫۰۶۶۳	۰٫۰۸۱۵	۰٫۳	
۰٫۹۶۹	۰٫۰۲۶۹	۰٫۰۶۱۹	۰٫۹۳۸	۰٫۰۴۴۴	۰٫۰۷۹۶	۰٫۹۹۵	۰٫۰۰۳۴	۰٫۰۲۲۱	۰٫۹۴۴	۰٫۰۵۲۹	۰٫۰۸۶۲	۰٫۵	۴۹
۰٫۹۸۴	۰٫۰۱۰۰	۰٫۰۴۴۶	۰٫۹۶۷	۰٫۰۲۰۴	۰٫۰۶۳۹	۰٫۹۷۸	۰٫۰۰۴۴	۰٫۰۲۹۸	۰٫۹۳۳	۰٫۰۲۱۶	۰٫۰۵۱۲	۰٫۷	
۰٫۹۸۲	۰٫۰۱۲۳	۰٫۰۴۲۰	۰٫۹۶۲	۰٫۰۲۷۱	۰٫۰۶۲۲	۰٫۹۰۹	۰٫۰۰۵۴	۰٫۰۲۷۹	۰٫۹۲۷	۰٫۰۲۹۴	۰٫۰۵۴۱	۱	

جدول ۲ (ادامه) مقایسه میزان برازش داده‌های تجربی خشک کردن دانه‌های انار در شرایط مختلف شدت تابش IR و سرعت جریان هوا برای مدل‌های نیمه تجربی

میدلی و همکاران			ورما و همکاران			تقریب پخش			نام مدل	
R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	R <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup>	RMSE	سرعت باد (m s <sup>-1</sup> )	شدت تابش (W cm <sup>-2</sup> )
۰٫۹۹۶	۰٫۰۰۰۴۸	۰٫۰۲۲۰	۰٫۹۹۷	۰٫۰۰۱۷	۰٫۰۱۶۷	۰٫۹۹۷	۰٫۰۰۱۷	۰٫۰۱۶۷	۰٫۳	
۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۰۵۴۴	۰٫۰۰۷۴	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۷۸	۰٫۰۱۱۴۶	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۷۸۷	۰٫۰۱۱۴۶	۰٫۵	۲۲
۰٫۹۹۹۲	۰٫۰۰۰۱۰۰۹	۰٫۰۱۳۰	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۳۳	۰٫۰۰۶۵	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۳۳۵	۰٫۰۰۶۵	۰٫۷	
۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۰۲۹۱	۰٫۰۰۲۷	۰٫۹۹۴	۰٫۰۰۵۶	۰٫۰۲۴۹	۰٫۹۹۴	۰٫۰۰۵۶	۰٫۰۲۴۹	۱	
۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۰۵۴	۰٫۰۰۷۳۸۱	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۷۸۷	۰٫۰۱۱۵	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۷۸۷	۰٫۰۱۱۵	۰٫۳	
۰٫۹۹۹۹	۰٫۰۰۰۱۵۶	۰٫۰۱۱۴۱۸	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۵۴۱	۰٫۰۰۸۸	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۵۴۱	۰٫۰۰۸۸	۰٫۵	۳۱
۰٫۹۹۹۹	۰٫۰۰۰۱۳	۰٫۰۱۱۷۴۸	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۵۳	۰٫۰۰۸۷	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۵۳	۰٫۰۰۸۷	۰٫۷	
۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۱۵۶۸	۰٫۰۱۴۰	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۴۸۱	۰٫۰۰۷۸	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۴۸۱	۰٫۰۰۷۸	۱	
۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۱۹۵	۰٫۰۱۱۸۲	۰٫۹۹۸۵	۰٫۰۰۱۱	۰٫۰۱۱۹	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۱۱	۰٫۰۱۱۹	۰٫۳	
۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۰۵۸	۰٫۰۰۶۰۲۵	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۷	۰٫۰۱۱۳	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۰۷	۰٫۰۱۱۳	۰٫۵	
۰٫۹۹۶	۰٫۰۰۰۰۳۰	۰٫۰۰۴۶	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۱۵۹	۰٫۰۰۶۳	۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۱۵۹	۰٫۰۰۶۳	۰٫۷	۴۹
۰٫۹۹۹	۰٫۰۰۰۱۲	۰٫۰۱۱۳	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۱۱	۰٫۰۱۳۴	۰٫۹۹۸	۰٫۰۰۱۱	۰٫۰۱۳۴	۱	

نمایش داده شده است. رابطه ۱۳ یک رابطه رگرسیونی با  $R^2=0/97$  بین زمان خشک‌شدن، شدت تابش IR و سرعت

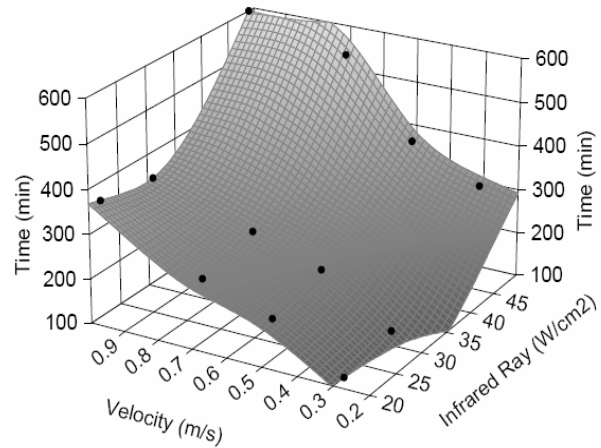
در شکل ۲ با استفاده از تحلیل رگرسیونی چند متغیره، ارتباط همزمان زمان خشک‌شدن، شدت تابش IR و سرعت هوا

در این رابطه، **Time** زمان خشک شدن (دقیقه)، **R** شدت تابش پرتو فرسرخ (وات بر سانتی متر مربع) و **V** سرعت جریان هوا (متر بر ثانیه) می‌باشد.

### ضریب انتشار رطوبت

مقادیر مختلف میزان ضریب موثر پخش در جدول ۳ آمده است. با افزایش شدت تابش پرتو فرسرخ و کاهش سرعت جریان هوا، آهنگ تبخیر به علت کاهش خنک‌شدگی دانه انار افزایش یافته و به دنبال آن میزان ضریب نفوذ نیز افزایش می‌یابد. بیشترین مقدار ضریب انتشار موثر رطوبت برای دانه‌های انار به میزان  $3/21 \times 10^{-9}$  (متر مربع بر ثانیه) در بالاترین شدت تابش پرتو فرسرخ (۴۹ وات بر سانتی متر مربع) و پایین‌ترین سرعت هوا (۰/۳ متر بر ثانیه) و کمترین مقدار ضریب انتشار موثر رطوبت به میزان  $0/4 \times 10^{-9}$  (متر مربع بر ثانیه) در پایین‌ترین شدت تابش (۲۲ وات بر سانتی متر مربع) و بالاترین سرعت هوا (۱ متر بر ثانیه) می‌باشد.

باد را نشان می‌دهد. با استفاده از این رابطه می‌توان زمان خشک شدن را بر حسب دو متغیر شدت تابش **IR** و سرعت جریان هوا محاسبه نمود.



شکل ۲ تغییرات زمان خشک شدن دانه انار با شدت تابش فرسرخ و سرعت هوا

$$\text{Time} = 229.05R + 0.38R^2 - 488.84V - 19670.0V^2 + 421R \times V$$

$$R^2 = 0.97 \quad (13)$$

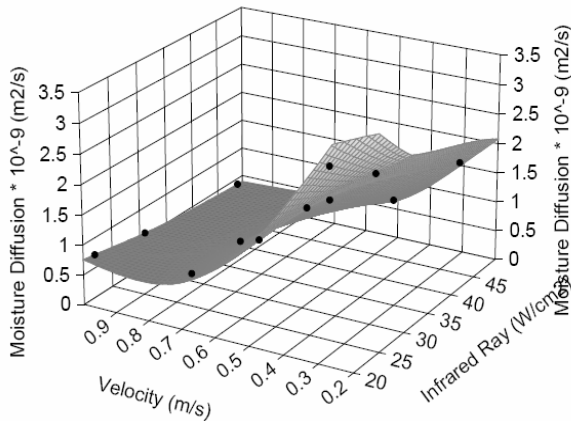
جدول ۳ مقادیر ضریب انتشار موثر رطوبت و ضریب تعیین مدل خطی برای مقادیر شدت تابش فرو سرخ و سرعت هوا در خشک کردن دانه‌های انار

شدت تابش ( $\text{W cm}^{-2}$ )						سرعت باد ( $\text{m s}^{-1}$ )
۴۹		۳۱		۲۲		
$D_{\text{eff}} \times 10^{-9}$	$R^2$	$D_{\text{eff}} \times 10^{-9}$	$R^2$	$D_{\text{eff}} \times 10^{-9}$	$R^2$	
۱/۶۱	۰/۹۲	۲/۴۱	۰/۹۲	۳/۲۱	۰/۹۸	۰/۳
۰/۷۲	۰/۹۰	۱/۶۱	۰/۹۵	۱/۶۱	۰/۹۹	۰/۵
۰/۴۸	۰/۸۶	۰/۸	۰/۸۸	۰/۸	۰/۹۵	۰/۷
۰/۴	۰/۸۸	۰/۵۶	۰/۹۵	۰/۷۲	۰/۸۷	۱

عامل، ضرایب پخش موثر رطوبتی متفاوتی بدست آمد. با افزایش شدت تابش، دمای دانه‌های انار بالا رفته و با کاهش سرعت هوا شدت خنک شدن سطح دانه‌های انار کاهش می‌یابد. با توجه به جدول ۳ مشاهده می‌شود که با افزایش شدت تابش اشعه مادون قرمز و کاهش سرعت جریان هوا در فرآیند خشک شدن دانه‌های انار، ضریب انتشار موثر رطوبت، یک روند افزایشی دارد. افزایش شدت تابش سبب افزایش گرادیان

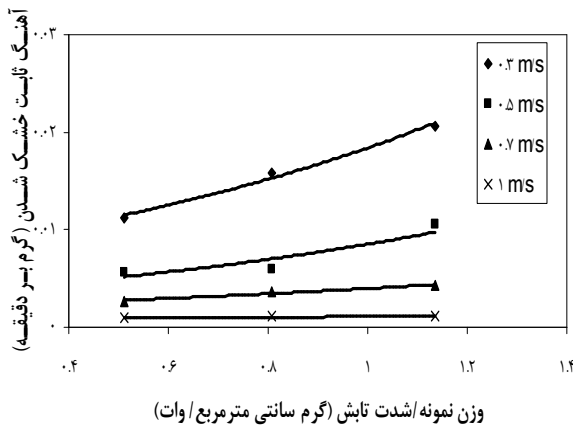
با توجه به اینکه ضریب انتشار موثر رطوبت به دما و ترکیب مواد بستگی دارد [۲۶] و نظر به اینکه در پژوهش حاضر ترکیب دانه‌های انار در آزمایش‌ها ثابت بود لذا دلیل اصلی تغییر میزان ضریب انتشار موثر رطوبت در شرایط مختلف خشک کردن مربوط به دماهای مختلف اعمال شده می‌باشد. همچنین دما وابسته به شدت تابش پرتو فرسرخ و سرعت جریان هوا می‌باشد که در نسبت‌های مختلف ترکیب این دو





شکل ۳ تغییرات ضریب موثر انتشار رطوبت دانه انار با شدت تابش فروسرخ و سرعت هوا

در روش دوم برای بدست آوردن انرژی فعال سازی، مقادیر ضریب انتشار موثر رطوبت (جدول ۳) در مقابل (گرم سانتی متر مربع بر وات) در محیط نرم افزار *MATLAB* رسم گردید و با استفاده از مدل دادالی و همکاران (رابطه ۱۲) بر داده‌های رسم شده (شکل ۵) مقدار انرژی فعال سازی را تعیین گردید. مقدار انرژی فعال سازی در روش دوم برای دانه‌های انار ۰/۷۲ تا ۱/۱ وات بر گرم سانتی متر مربع بدست آمد.



شکل ۴ انرژی فعال سازی محاسبه شده با استفاده از آهنگ ثابت خشک شدن در مقابل وزن نمونه به شدت تابش

رابطه بین انرژی فعال سازی در حالت اول و حالت دوم در شکل (۶) نشان داده شده است. ضریب تعیین ( $R^2$ ) برای ارتباط بین داده‌ها در شکل زیر ۰/۹۸ بدست آمد که نشان می‌دهد مقادیر انرژی فعال سازی بدست آمده از دو روش بسیار نزدیک می‌باشد.

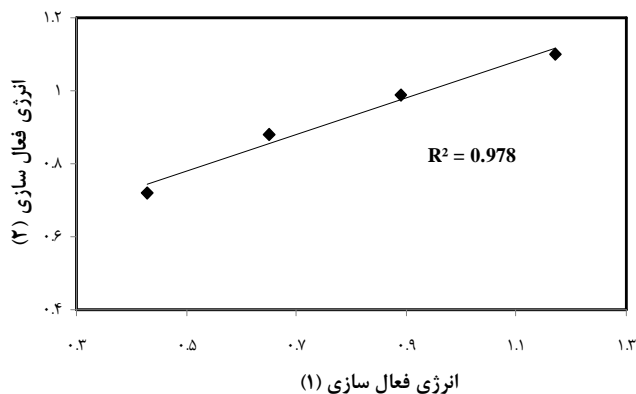
حرارتی در محصول در حال خشک شدن می‌گردد و سرعت خارج شدن جریان رطوبت داخل محصول را افزایش می‌دهد. همچنین کاهش سرعت هوا نیز با کاهش دادن اثر خنک کنندگی جریان هوا در این روش، باعث افزایش ضریب انتشار داخل محصول می‌گردد. به همین دلیل بیشترین مقدار ضریب انتشار در بیشترین شدت تابش و کمترین سرعت هوا روی می‌دهد. نتایج بدست آمده مشابه یافته‌های سایر پژوهشگران است [۲۷ و ۲۸].

با استفاده از تحلیل رگرسیونی چند متغیره، ارتباط همزمان ضریب پخش موثر، شدت تابش *IR* و سرعت جریان هوا بدست آمد (شکل ۳). رابطه ۱۴ معادله ضریب پخش موثر را بر حسب شدت تابش ( $R$ ) و سرعت جریان هوا ( $V$ ) را نشان می‌دهد.

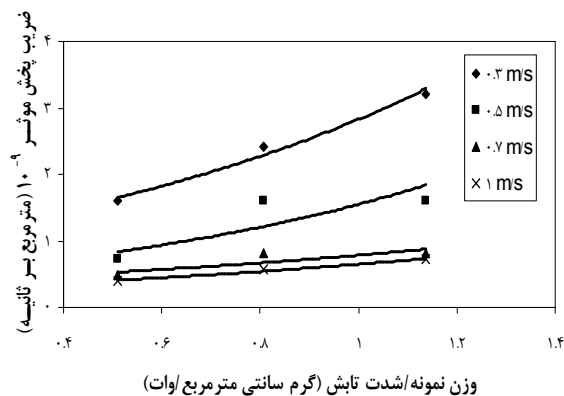
$$D_{eff} = 650 - 0.04R - 0.0033R^2 - 1139V + 0.25V^2 + 0.059R \times V \quad R^2 = 0.98 \quad (14)$$

### انرژی فعال سازی

با رسم نمودار آهنگ ثابت خشک شدن در مقابل وزن نمونه به شدت تابش، انرژی فعال سازی و ( $k_0$ ) از رابطه (۱۱) بدست آمد. از آنجا که مدل میدیلی بهترین برازش را بر داده‌های آزمایشگاهی داشت (جدول ۲) و با توجه به ضرایب بدست آمده در مدل میدیلی (شکل ۴) مشاهده شد که با افزایش شدت تابش، آهنگ ثابت خشک شدن  $k$  افزایش یافت. با استفاده از آنالیز آماری و با رسم نمودار آهنگ ثابت خشک شدن در برابر وزن نمونه/ شدت تابش و با بکارگیری مدل دادالی و همکاران در محیط نرم افزار *MATLAB* و برازش آن بر داده‌های رسم شده (شکل ۴) مقدار انرژی فعال سازی برای دانه‌های انار ۰/۴۳ تا ۱/۱۷ وات بر گرم سانتی متر مربع بدست آمد.



شکل ۵ ارتباط بین مقادیر انرژی فعال سازی در حالت اول و حالت دوم



شکل ۶ ارتباط بین مقادیر انرژی فعال سازی در حالت اول و حالت دوم

## ۵- منابع

- [1] Umesh Hebber, H., Vishwanatan, K. H. and Ramesh, M. N. 2004. Development of combined infrared and hot air dryer for vegetables. *Journal of Food Engineering*. 65: 557-563.
- [2] Nowak, D. and Lewicki, P. 2004. Infrared drying of apple slices. *Innovation Food Science and Emerging Technologies*. 5: 353-360.
- [3] Timoumi, S., Mihoubi, D. and Zagrouba, F. 2007. Shrinkage, vitamin C degradation and aroma losses during infra-red drying of apple slices. *LWT*. 40:1648-1654.
- [4] Henderson, S.M., R.L. Perry, and J.H. Young. 1997. *Principles of Process Engineering*. American Society of Agriculture Engineers (ASAE). (4th ed.). ASAE Publisher.
- [5] Nonhebel, G. 1973. *Drying of solids in the chemical industry*. Butterworth and Co. LTD. England.
- [6] Sharma, G. P., Verma, R. C. and Pathare, P. B. 2004. Thin-layer infrared radiation drying of onion slices. *Journal of Food Engineering*. 67: 361-366.
- [7] Afzal, T. M. and Abe, T. 1998. Diffusion in potato during far infrared radiation drying. *Journal of Food Engineering*. 37(4): 353-365.
- [8] Das, I., Das, S. K. and Bal, S. 2004. Specific energy and quality aspects of infrared (IR) dried parboiled rice. *Journal of Food Engineering*. 68: 249-255.
- [9] Celma, A. R., Rojas, S., Lopez, F., Montero, I. and Miranda, T. 2007. Thin-layer drying behavior of sludge of olive oil

## ۴- نتیجه گیری

بر اساس رفتار خشک شدن دانه‌های انار به صورت لایه نازک در در سه شدت تابش فرو سرخ (۲۲، ۳۱ و ۴۹ وات بر سانتی مترمربع) و چهار سطح سرعت جریان هوا (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر بر ثانیه) مشخص شد که فرآیند خشک شدن دانه‌های انار در مرحله نزولی روی می‌دهد. یافته‌ها حاکی است که شدت تابش و سرعت هوا در خشک کن فرو سرخ عامل مهمی در زمان خشک شدن دانه‌های انار و ثابت‌های مدل میدیلی بود. نتایج بدست آمده نشان داد که مدل میدیلی بهترین برازش را بر داده‌های آزمایش داشت. با افزایش سرعت هوا، زمان خشک شدن روند افزایشی و با افزایش شدت تابش، زمان خشک شدن روند کاهشی داشت. ضریب موثر انتشار رطوبت نیز در خشک کردن دانه‌های انار، با افزایش شدت تابش فرو سرخ و کاهش سرعت هوا افزایش یافت. کمینه ضریب انتشار رطوبت  $0.4 \times 10^{-9}$  متر مربع بر ثانیه در سرعت هوای ۱ متر بر ثانیه و شدت تابش ۴۹ وات بر سانتی متر مربع و بیشترین مقدار آن  $3/21 \times 10^{-9}$  متر مربع بر ثانیه در سرعت هوای ۰/۳ متر بر ثانیه و شدت تابش ۲۲ وات بر سانتی متر مربع تعیین گردید. انرژی فعال سازی در خشک کردن فرو سرخ به دو روش محاسبه شد و مقادیر بدست آمده از ۲ روش به یکدیگر نزدیک بودند. مقادیر انرژی فعال سازی در روش اول بین (۰/۴۳ تا ۱/۱۷) وات بر گرم سانتی متر مربع و در روش دوم بین (۰/۷۲ تا ۱/۱) وات بر گرم سانتی مترمربع بدست آمد.

- [19] Togrul, I.T. and Pehlivan, D. 2004. Modelling of thin-layer drying kinetics of some fruits under open-air sun drying process. *Journal of Food Engineering*. 65(3): 413-425.
- [20] Verma, L. R., Bucklin, R. A., Endan, J. B., and Wratten, F. T. 1985. Effects of drying air parameters on rice drying models. *Transactions of the ASAE*. 28: 296-301.
- [21] Menges, H. O and C. Ertekin. 2005. Mathematical modeling of thin layer drying of golden apples. *Journal of Food Engineering*. 77: 119-125.
- [22] Mohsenin, N. 1996. *Physical Characteristics: Physical Properties of Plant and Animal Materials*. New York, Gordon and Breach Science Publisher.
- [23] Crank, J. 2001. *Mathematics of Diffusion* (2nd ed.) London: Oxford University Press.
- [24] Aghbashlo, M., Kianmehr, M. and Samimi-Akhijahani, H. 2008. Influence of drying conditions on the effective moisture diffusivity, energy of activation and energy consumption during the thin-layer drying of berberis fruit (Berberidaceae). *Energy Conversion and Management*. 49: 2865-2871.
- [25] Dadali, G., Apar, D. K. and Ozbek, B. 2007a. Microwave drying kinetics of okra. *Drying Technology*, 25 (5): 917 – 924.
- [26] Rizvi, S. S. H. 2005. *Thermodynamic properties of foods in dehydration*. Third Edition. Taylor and Francis Publisher.
- [27] Shin Kim, S. and Bhowmik, R. S. 1995. Effective moisture diffusivity of plain yoghurt undergoing microwave vacuum drying. *Journal of Food Engineering*. 24: 137-148.
- [28] Sharma, G. P. and Prasad, S. 2004. Effective moisture diffusivity of garlic cloves undergoing microwave- convective drying. *Journal of Food Engineering*. 65: 609-617.
- extraction. *Journal of Food Engineering*, 80: 1261-1271.
- [10] Pan, Z., Khir, R., Godfrey, L. D., Lewis, R., Thompson, J. F. and Salim, A. 2008. Feasibility of simultaneous rough rice and disinfestations by infrared radiation heating and rice milling quality. *Journal of Food Engineering*. 84: 469-479.
- [11] Mohajeran, S.H. 2003. Fabrication of infrared dryer for rice drying. M. Sc. Thesis. Faculty of Agriculture. Tarbiat Modares University. Tehran. Iran. (in Farsi).
- [12] Shahrestani, N. 1998. *Berberis Fruits*. Publication of Gilan University. (in Farsi).
- [13] Doymaz, I. 2005. Influence of pretreatment solution on the drying of sour-cherry. *Journal of Food Engineering*. 78:591-6.
- [14] Akpinar, E., Midilli, A. and Bicer, Y. 2003. Single layer drying behavior of potato slices in a convective cyclone and mathematical modeling. *Journal Energy Conversion and Management*. 44: 1689-1705.
- [15] Babalis, S. J., Papaniclaou, E., Kyriakis, N. and Belessiotis, V.G. 2005. Evaluation of thin-layer drying models for describing drying kinetics of figs (*Ficus Carica*). *Journal of Food Engineering*. 75: 205-214.
- [16] Lewis, W. K. 1921. The rate of drying of solid materials. *Ind. Engineering Chemistry*. 13: 427-432.
- [17] Lahsasni, S., Kouhila, M., Mahroz, M., Aitmahmamad, L. and Agorram, B. 2004. Characteristic drying curve and mathematical modeling of thin-layer solar drying of Prickly pear cladode (*Opuntia ficus indica*). *Journal of Food Process Engineering*. 27(2): 103-117.
- [18] Page, G. E. 1949. Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers. M. Sc. Thesis, Purdue University.

## Mathematical Modeling of Drying Pomegranate Arils in Infrared Dryer

Khoshtaghaza, M. H.<sup>1\*</sup>, A. Motevali<sup>2</sup>, S. Minaei<sup>1</sup>, A. Abbaszadeh<sup>3</sup>

1. Department of Biosystems Engineering Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2. Department of Biosystems Engineering, Agriculture Science & Natural Resources University, Sari, Iran.

3. Department of Biosystems Engineering, Gorgan Agriculture Science and Natural Resources University, Gorgan, Iran

In this study, pomegranate arils were dried by infrared dryer to find a suitable mathematical model, effective moisture diffusion coefficient and activation energy. The experiments were performed at four air velocity levels (0.3, 0.5, 0.7 and 1 ms<sup>-1</sup>) and three infrared radiation levels (22, 31 and 49 W cm<sup>-2</sup>). Experimental data with semi-theoretical and empirical models were evaluated to find the best model. Among the models, Midili's Model was selected based on R<sup>2</sup>,  $\chi^2$  and RMSE criteria. Effective diffusion coefficient of pomegranate arils was in the range of  $0.4 \times 10^{-9}$  to  $3.21 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>. Activation energy was calculated by using Arrhenius exponential model. The values of activation energy were determined in first method between 0.43 to 1.17 W g<sup>-1</sup> cm<sup>-1</sup> and second method between 1.1 to 0.72 W g<sup>-1</sup> cm<sup>-1</sup>.

**Keywords:** Drying Kinetic, Effective Diffusion Coefficient, Activation Energy, Pomegranate Arils

---

\*Corresponding Author E-Mail Address: khoshtag@modares.ac.ir