



## شبیه سازی چروکیدگی و انتقال رطوبت و حرارت در خشک کردن چغندر لبویی

دانیال مقصودلو کمالی<sup>۱</sup>، قدیر اسماعیلی<sup>۲</sup>، سید احمد شهیدی<sup>۳\*</sup>، دنیا مقصودلو کمالی<sup>۴</sup>

- ۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد آیت الله آملی، آمل، ایران.  
۲- استادیار، گروه مهندسی، دانشگاه تخصصی فناوریهای نوین آمل، آمل، ایران.  
۳- دانشیار، گروه علوم و صنایع غذایی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد آیت الله آملی، آمل، ایران.  
۴- دانش آموخته کارشناسی ارشد علوم و صنایع غذایی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد آیت الله آملی، آمل، ایران.

### چکیده

### اطلاعات مقاله

تاریخ های مقاله :

تاریخ دریافت: ۹۹/۱۰/۲۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۱۸

کلمات کلیدی:

انتقال جرم،

انتقال حرارت،

تفاضل محدود،

چروکیدگی،

چغندر لبویی.

DOI: 10.52547/fsct.18.05.22

\*مسئول مکاتبات:

sashahidy@yahoo.com

خشک کردن، یک روش مهم نگهداری مواد مرطوب است و برای طیف گسترده ای از محصولات صنعتی و کشاورزی قابل استفاده است. با توجه به فعالیت آبی کم، در فرآورده های خشک شده نرخ فساد محدود است و به دلیل کاهش حجم به راحتی قابل حمل و نقل و نگهداری هستند و نیازی به نگهداری در سردخانه ندارند در نتیجه در این فرآورده ها هزینه مصرف انرژی پایین است. هدف از مطالعه حاضر توسعه یک مدل برای توصیف انتقال جرم و حرارت طی خشک کردن تکه های چغندر لبویی بود. دما، رطوبت و چروکیدگی یک قطعه چغندر لبویی استوانه ای شکل طی خشک کردن در سه دمای مختلف هوا (۵۰، ۶۰ و ۷۰ درجه سانتی گراد) شبیه سازی شدند. معادلات انتشار رطوبت و حرارت همزمان با شرایط مرزی همرفتی با استفاده از یک زبان شبیه سازی (MATLAB) بر اساس روش تفاضل محدود حل شدند. چروکیدگی، ویژگی های حرارتی و نفوذ رطوبت متغیر در شبیه سازی مدنظر قرار گرفتند. نتایج شبیه سازی به شکل رضایت بخشی با درجه حرارت و رطوبت اندازه گیری شده از چغندر لبویی طی خشک شدن توافقی داشت.

## ۱- مقدمه

امروزه کاربرد پودر چغندر لبویی (*Beta vulgaris*) به عنوان یک رنگ دهنده طبیعی قرمز که قابل استفاده در مواد غذایی است، در شیرینی‌ها، مرباها، ژله‌ها، سوپ‌های آماده و ... توصیه می‌شود. رنگ قرمز روشن چغندر لبویی به دلیل گروهی از رنگدانه‌های قرمز به عنوان بتالائین است. بتالائین‌ها قابلیت آنتی اکسیدانی داشته و مصرف آنها مزایای سلامتی بخشی دارند [۱-۳].

تولید پودر چغندر لبویی به صورت متداول از طریق خشک کردن چغندر لبویی با هوای داغ و آسیاب کردن آن حاصل می‌شود. در خشک کردن با هوای داغ، گرمای مورد نیاز برای تبخیر توسط یک جریان هوای گرم فراهم می‌شود. افزایش دما باعث افزایش ضریب نفوذ شده که موجب افزایش نرخ خشک شدن می‌شود. فرآیند خشک کردن یک انتقال جرم و حرارت همزمان است که هم در درون ماده غذایی و هم بیرون آن و در رابطه با هوای داغ اتفاق می‌افتند. چند تغییر در مواد غذایی در طول خشک کردن رخ می‌دهد. مهم ترین این تغییرات توسعه پوسته در سطح مواد غذایی است. طی خشک کردن، سطح نمونه تا دمای اشباع گرم شده و آب شروع به تبخیر می‌کند. با ادامه خشک کردن، تبخیر به سمت مرکز فرآورده (مرز پوسته و هسته) حرکت می‌کند و پوسته شکل می‌گیرد. هر ناحیه طی خشک کردن در حالت دینامیک قرار دارد، پوسته ضخیم تر شده و از ضخامت هسته کم می‌شود. در هر ناحیه انتقال حرارت و جرم همزمان اتفاق می‌افتد که منجر به گرادیان رطوبت و حرارت می‌شود [۴]. این فرایند از عوامل متعددی نظیر ویژگی مواد غذایی، شرایط خشک کردن مانند درجه حرارت، سرعت حرکت هوای داغ و رطوبت نسبی جریان هوای داغ تأثیر می‌پذیرد [۴]. تعداد قابل توجهی آزمایش و پژوهش به خشک کردن فرآورده‌های کشاورزی و غذایی با هوای داغ اختصاص داده شده‌اند. آزمایش‌ها به طور عمده برای ارزیابی میزان خشک شدن و کل زمان مورد نیاز برای حذف رطوبت از فرآورده‌ها، برای طیف وسیعی از شرایط خشک شدن [۴-۱۶] استفاده شده‌اند؛ بنابراین، برای بهینه سازی و بهبود شرایط و تجهیزات فرایند، مدل‌های ریاضی توصیف سامانه خشک کردن مورد نیاز است. اندازه گیری تغییرات دما

[۱۷ و ۱۸] و همچنین میزان رطوبت [۱۹-۱۷] نیز انجام شده‌اند تا درکی بهتر از مکانیسم‌های فیزیکی غالب فراهم شده و مبنایی دقیق برای ارزیابی مدل‌های ریاضی پیشنهاد شده برای خشک کردن ایجاد شود.

مدل سازی ریاضی یک ابزار بسیار مهم است، چراکه در کنار سادگی فرمول شدن آن، به درک بهتر انتقال جرم و حرارت کمک می‌کند و در بهبود طراحی و کنترل روند خشک کردن در صنایع غذایی قابل استفاده است. دو دسته اصلی از مدل‌ها با توجه به مکانیسم‌های مهم حمل و نقل توسعه یافته‌اند: در اولی جابجایی توسط جریان داری و نفوذ در نظر گرفته شده و محاسبات برای جریان آب تحت فشار و موئینه و نفوذ در داخل مواد خشک شده انجام می‌شود. در حالت دوم، قانون نفوذ فیک برای انتقال آب درون محصول برای محاسبات استفاده می‌شود و ضریب نفوذ مؤثر که اغلب به روش تجربی و آزمایشگاهی حاصل می‌شود، به کار می‌رود. تجزیه و تحلیل گسترده‌ای از رویکردهای مختلف ریاضی را برای مدل سازی خشک کردن در پژوهش‌های بهمنی و همکاران (۲۰۱۶)، حمزه و همکاران (۲۰۱۹)، داتا (۲۰۰۷)، ژانگ و داتا (۲۰۰۴)، پاسبان و همکاران (۲۰۱۷) و دفرايه (۲۰۱۴) می‌توان مشاهده کرد [۲۰-۲۵].

در برخی مدل‌های مبتنی بر نفوذ، معادلات انتقال ناپایدار به طور کامل برای هوای داغ و ماده غذایی حل شده‌اند [۲۶-۳۴]. این مدل‌ها دقت بالا و قابلیت کاربرد گسترده‌ای را ارائه می‌دهند؛ با این حال، پیچیدگی مدل‌های غیرخطی ریاضی باعث می‌شود که روش راه حل پیچیده و محاسبات زیادی مورد نیاز باشد. در برخی مدل‌ها، محاسبات انتقال جرم و حرارت در داخل محصول به صورت مستقل از محاسبات جریان انجام می‌شود. بنابراین برای نمایش بهتر انتقال حرارت در طول خشک کردن، فرایند باید به صورت یک مسئله غیرمقارن در نظر گرفته شود و مقادیر مختلفی برای ضرایب انتقال حرارت همرفتی منظور شود. از آنجاکه ضریب نفوذ با شتاب مولکولی متوسط رابطه دارد، تخمین اثر چروکیدگی ایجاد شده، مقادیر دقیق تری ایجاد می‌کند. هدف از این پژوهش ارائه مدل‌های انتقال کاربردی با در نظر گرفتن انتقال حرارت غیرمقارن، چروکیدگی و ویژگی‌های حرارتی متغیر برای شبیه سازی دما و رطوبت در طول خشک کردن چغندر لبویی است.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- مواد

در این پژوهش چغندر لبویی (*Beta vulgaris*) از بازار محلی تهیه شد.

### ۲-۲- خشک‌کن

جهت انجام این پژوهش یک خشک‌کن در مقیاس آزمایشگاهی طراحی و ساخته شد. دستگاه خشک‌کن طراحی شده دارای قابلیت تنظیم سرعت هوا و دمای موردنظر بوده با داشتن سامانه تصویربرداری، امکان تصویربرداری طی فرایند خشک‌کردن میسر بود. از سوی دیگر تغییرات وزن نمونه حین خشک‌کردن به صورت مداوم قابل اندازه‌گیری بود. دستگاه شامل محفظه خشک‌کن، نور درون محفظه، نمایشگر LED، قابل تنظیم دور فن و دما، سیستم تولید جریان هوا، سیستم ایجاد گرما، سیستم عکس‌برداری با دوربین دیجیتال (کانن، IXY 30S، ژاپن) با وضوح ۱۶ مگاپیکسل و سیستم توزین با دقت ۰/۰۰۱ گرم همراه دستگاه بود. منبع تغذیه دستگاه برق شهری در نظر گرفته شد. تغذیه برای مدار میکروپروسسور منبع با ولتاژ ۱۲ و جریان ۳ آمپر و توان ۴۰ وات بود. میکروپروسسور دارای یک پردازنده مرکزی بود. میکروکنترلر علاوه بر CPU دارای حافظه بود که با توجه به برنامه‌ای که به آن داده می‌شد، عمل می‌کرد. تغذیه برای مدار کنترل دما و دور فن منبع ولتاژ ۵ ولت و جریان ۴ آمپر در نظر گرفته شد. تغذیه برای مدار روشنایی با منبع ولتاژ ۵ جریان ۱ آمپر قرار داده شد. المنت حرارتی ۲۰۰ وات با ولتاژ ۲۲۰ ولت برق شهر جریان کشی برق ۱ آمپر مقاومت داخلی ۴۴ اهم برای ایجاد گرما فراهم شد.

### ۲-۲-۱- خشک‌کردن

نمونه‌های چغندر لبویی در سه دمای مختلف (۵۰، ۶۰ و ۷۰ درجه سلسیوس) در سرعت هوای ثابت (دور فن ۵۰۰ دور در دقیقه) خشک شدند. دستگاه خشک‌کن ۵ دقیقه قبل از انجام فرآیند روشن شد و دما و میزان دور فن موردنظر تنظیم گردید تا محیط خشک‌کن به شرایط در نظر گرفته شده برسد. حین خشک‌کردن در فواصل زمانی ۵ دقیقه از نمونه‌ها تصویربرداری شده و وزن نمونه‌ها نیز ثبت شدند.

### ۲-۲-۲- اندازه‌گیری دمای نمونه حین خشک‌کردن

تغییرات دمای نمونه حین خشک‌کردن در سه نقطه از نمونه (مرکز سطح بالای نمونه و مرکز هندسی نمونه) توسط پروب ترموکوپل نوع T (Thermocouple T welded glass insulated, RS Components) با قطر پروب ۰/۳ میلی‌متر در هر ثانیه اندازه‌گیری شد. داده‌های حاصل از اندازه‌گیری دما توسط ترموکوپل‌ها توسط یک داده خوان (TC-08 USB LOGGER, Pico Technology, RS Components، انگلستان) متصل به یک رایانه شخصی (DELL, VOSTRO 1400، آمریکا) گردآوری و ذخیره شد.

### ۲-۲-۳- چروکیدگی

برای بررسی تأثیر تیمارهای مختلف بر میزان چروکیدگی نمونه‌های خشک‌شده به صورت آزمایشگاهی از پردازش تصویر استفاده شد [۳۵ و ۳۶]. برای تصویرگیری، از یک دوربین (کانن، IXY 30S، ژاپن) استفاده شد. تنظیمات دوربین در حالت خودکار، سرعت ISO برابر ۲۵۰، زوم یک و زمان در معرض قرار گرفتن ۱/۶۰ ثانیه قرار گرفت. عکس‌ها با رزولوشن ۱۸۰ dpi و به فرمت jpg در فضای رنگی RGB ذخیره شدند. برای دستیابی به تصویر، در ابتدا نمونه و شاهد بر روی یک صفحه سیاه‌رنگ قرار داده شدند. جهت دستیابی به استاندارد تصویربرداری از یک شی دایروی با قطر ۱۸/۸ میلی‌متر استفاده شد. دوربین در فاصله ۲۵ سانتیمتری و به طور کاملاً عمود بر نمونه، بر روی یک پایه تثبیت شد. سپس جهت جلوگیری از اعوجاج هندسی، دوربین بر روی نمونه زوم شد. همچنین برای آنکه تصویربرداری به طور کامل بدون حرکت و جابجایی دوربین انجام شود، از منوی تصویربرداری با زمان تأخیر استفاده شد. ابتدا شی دایروی در محل مناسب قرار داده شد و تصویر گرفته شد. سپس نمونه به طور دقیق در همان محل شی دایروی قرار داده شد و تصویر نمونه نیز گرفته شد. جهت اندازه‌گیری سطح نمونه با استفاده از تصویر، از نرم‌افزار MATLAB استفاده شد. در برنامه مربوطه که توسط پژوهشگران نوشته شد، پس از خواندن تصویر شی دایروی، آن تصویر خاکستری شد. با مشاهده هیستوگرام این تصویر خاکستری، مقدار آستانه برای جداسازی نمونه از زمینه انتخاب شد. در مرحله بعد، تمام آرایه‌های ماتریس تصویر که کمتر از آستانه بوده و مربوط به زمینه (تیره) تشخیص داده شدند، به مقدار صفر تغییر داده شدند و تمام آرایه‌های ماتریس تصویر

تصویر نمونه خوانده شد (شکل ۱A) و سپس خاکستری شد (شکل ۱B). در مرحله بعد، تصویر باینری شد تا مقادیر آرایه‌ها صفر و یک شوند (شکل ۱C). سپس با مشاهده هیستوگرام تصویر، مقدار آستانه برای جداسازی نمونه از زمینه انتخاب شد. بعد از باینری کردن تصویر، مجموع پیکسل‌های تصویر رشته به دست آمد (شکل ۱D). حال با در نظر گرفتن تناسب بین پیکسل‌های شی استاندارد و سطح شی، بر اساس پیکسل‌های نمونه، سطح کل نمونه به دست آمد.

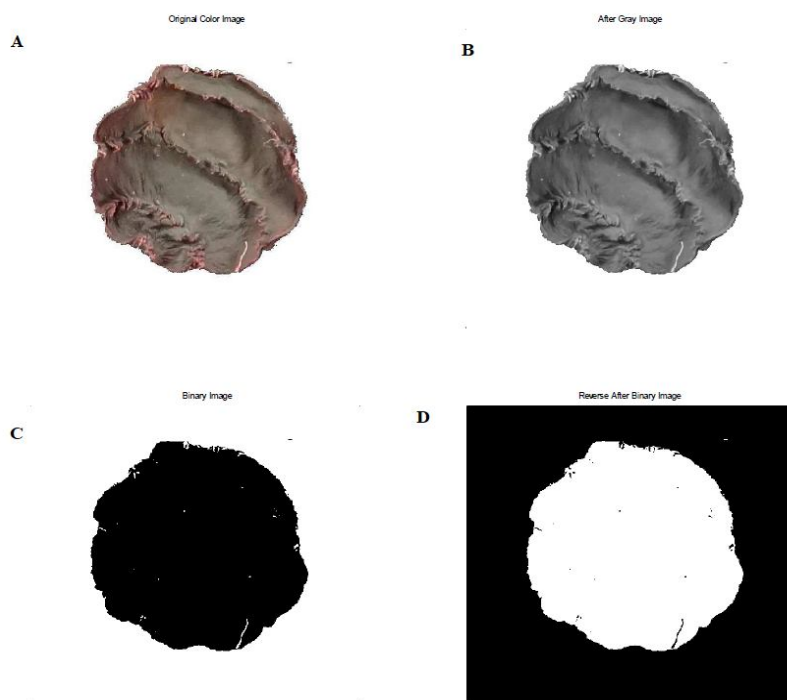


Fig 1 Calculating the sample area by image processing.

چروکیدگی و گرادیان‌های دما و رطوبت یک‌بعدی در نظر گرفته می‌شود.

حرکت رطوبت از طریق نفوذ است.

شکل‌گیری هسته قابل توجه نخواهد بود.

از ترک در جسم چشم‌پوشی گردید.

بر اساس فرضیات صورت گرفته معادلات حاکم عبارت‌اند از:

انتقال حرارت رسانش در داخل جسم:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (\text{رابطه ۱})$$

که  $\alpha$  ضریب پخش گرمایی است.  $T$  حرارت،  $t$  زمان و  $r$  فاصله مکانی بر روی نمونه است.

برای مدل‌سازی انتقال رطوبت در مواد غذایی خشک‌شده بسیاری از پژوهشگران از قانون نفوذ فیک استفاده کرده‌اند، چرا

که بیشتر از آستانه بوده و مربوط به شاهد (روشن) تشخیص داده شدند، به مقدار ۲۵۵ تغییر داده شدند. سپس تصویر باینری شد تا مقادیر آرایه‌ها صفر و یک شوند. در این حالت با به دست آوردن مجموع آرایه‌های ماتریس تصویر، مجموع پیکسل‌های تصویر شی دایروی به دست آمد. با توجه به مشخص بودن قطر شی دایروی، سطح شی محاسبه شد و سطح مربوط به هر پیکسل نیز با یک تناسب ساده محاسبه شد. برای محاسبه سطح نمونه‌ها قبل و بعد از خشک کردن، ابتدا

## ۳-۲- مدل‌سازی انتقال جرم و حرارت در

### فرایند خشک کردن چغندر لبویی

#### ۳-۲-۱- معادلات حاکم بر مسئله

با توجه به وقوع پدیده‌های پیچیده در فرایند خشک شدن، در نظر گرفتن تمامی پارامترهای تأثیرگذار در شبیه‌سازی، فرایند حل را دشوار نموده و لذا با در نظر گرفتن فرض‌های مناسب، علاوه بر ساده نمودن معادلات، دقت مناسبی نیز ایجاد می‌شود. به‌منظور شبیه‌سازی مکانیسم‌های مختلف انتقال فرض‌های زیر صورت گرفت:

چغندر لبویی همگن و دارای ویژگی‌های برابر از هر سو است.

توزیع دما و رطوبت اولیه در چغندر لبویی یکنواخت است.

ضرایب انتقال حرارت برای سطوح مختلف یکسان‌اند.

به شمار می‌رود. حذف رطوبت در فرآیند خشک‌کردن با استفاده از رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود [۴۲]:

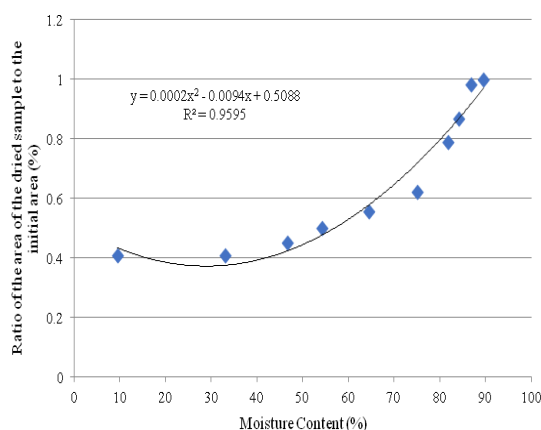
$$\frac{\partial M}{\partial t} = D_{eff,w} \frac{\partial^2 M}{\partial L^2} \quad (\text{رابطه ۵})$$

که در آن  $L$  ضخامت نمونه،  $D_{eff,w}$  ضریب انتشار جرم،  $M$  جرم رطوبت و  $t$  زمان است.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- چروکیدگی

چروکیدگی تغییر حجم و سطح ناشی از افت رطوبت و احتمالاً تشکیل خلل و فرج است. رحمان (۲۰۰۹) گزارش کرد که چروکیدگی در گوشت‌ها در جهت موازی با فیبرهای گوشت نسبت به حالت عمود بر جهت الیاف به‌طور معنی‌داری متفاوت است [۴۳]. مادامبا و همکاران (۱۹۹۴)، بیان کردند که چروکیدگی مواد بیولوژیکی بر مبنای جهت فیبر و ساختار با خواص فیزیکی غیرمشابه از جهت‌های مختلف، شکل می‌گیرد [۴۴]. از آنجایی‌که این امر به ایجاد شکل نامنظم در اثر چروکیدگی منجر می‌شود بنابراین چروکیدگی در این مواد با روش‌های جابجایی حجم یا بینایی ماشین اندازه‌گیری می‌شود و از اندازه‌گیری ابعادی کمتر استفاده می‌شود. این پارامتر طی زمان خشک‌کردن متغیر است و همچنین وابسته به درجه حرارت است. روند تغییر طی زمان با درجه حرارت تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد که نشان‌دهنده عدم تأثیر متقابل است (شکل ۲ تا ۴).



**Fig 2** Changes in the surface area of dried beetroot at 50 °C compared to the initial area.

که تصویر ساده‌ای را از فرآیند خشک‌کردن فراهم می‌کند و اعداد حاصل از مدل تطابق خوبی با اعداد حاصل از آزمایش دارند [۳۷ و ۳۸]. در این مدل انتشار آب به مواد جامد به‌عنوان ضریب نفوذ مؤثر رطوبت تعریف می‌شود که دربرگیرنده‌ی تمامی مکانیسم‌های انتقال آب می‌باشند [۳۹]. معادله انتقال جرم در جسم طی پدیده نفوذ عبارت است از:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_m r \frac{\partial m}{\partial r} \right) \quad (\text{رابطه ۲})$$

که  $D_m$  ضریب انتشار رطوبت بوده،  $r$  فاصله شعاعی از لبه نمونه و  $m$  محتوای رطوبت نمونه است.

#### ۳-۲- ضریب انتشار حرارت

داده‌های ضریب انتشار حرارت برای نمونه در دماهای مختلف بر اساس داده‌های دانسیته (کیلوگرم بر مترمکعب)، گرمای ویژه (ژول بر کیلوگرم کلونین) در فشار ثابت و ضریب هدایت حرارت (وات بر متر کلونین) به دست آمد. مدل ضریب انتشار حرارت برای شبیه‌سازی خشک‌کردن نمونه به‌صورت زیر در نظر گرفته شد [۴۰ و ۴۱]:

$$\alpha = [c_1 + (c_2 X_w) - (c_3 T)] \times 10^{-6} \quad (\text{رابطه ۳})$$

که در آن  $T$  حرارت،  $\alpha$  ضریب پخش گرمایی،  $X_w$  محتوای رطوبت بر مبنای مرطوب و  $c_1, c_2, c_3$  ثابت‌ها هستند.

#### ۳-۳-۲ ضریب انتقال حرارت سطحی

ضریب انتقال حرارت سطحی در این پژوهش از تعادل انرژی گرمایی بین نمونه و محیط تخمین زده شد [۴۰ و ۴۱]. انتقال حرارت سطحی از محیط به نمونه برابر مجموع انرژی مصرف‌شده برای گرم شدن نمونه و انرژی مصرف‌شده برای تبخیر رطوبت است. این مسئله از طریق معادله زیر قابل بیان است:

$$hA(T_\infty - T_s) = MC_p \frac{dT}{dt} + L_v \frac{dW}{dt} \quad (\text{رابطه ۴})$$

که در آن  $h$  ضریب هدایت حرارتی،  $L_v$  گرمای نهان تبخیر،  $A$  سطح و  $C_p$  گرمای ویژه هستند.

#### ۳-۳-۲-۴ ضریب انتشار جرم (رطوبت)

ضریب انتشار مؤثر یک پارامتر عملیاتی مهم در طراحی انواع دستگاه‌ها، مدل‌سازی، شبیه‌سازی و کنترل فرآیند مواد غذایی

تبخیر رطوبت است. با توجه به محاسبات برای هر دمای خشک کردن ضریب انتقال حرارت سطحی به صورت زیر به دست آمد (جدول ۱).

Table 1 Heat transfer coefficient ( $W/(m^2.K)$ ) for drying temperatures

Drying temperature	Heat transfer coefficient
50 °C	76
60 °C	88
70 °C	97

### ۳-۴- متدولوژی حل

نرم افزار متلب با بهره گیری از تابع pdepe از قابلیت حل معادله گذرا و مقدار مرزی برخوردار است. این تابع دستگاه معادلات مشتق جزئی را به صورت همزمان با استفاده از روش تفاضل محدود حل می نماید. نکته مهم در حل معادلات حاکم در این مقاله، تغییر شرایط مرزی با زمان می باشد که مقادیر ثابت های مورد نیاز برای شرایط مرزی از مقادیر به دست آمده در مرحله قبلی به روزرسانی شدند (شکل ۵).

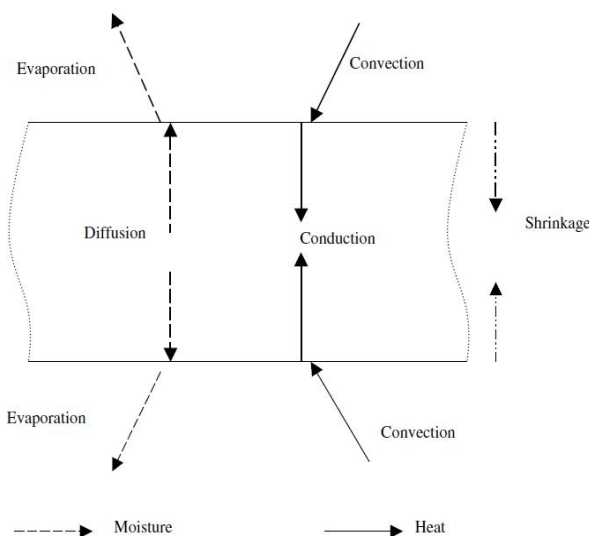


Fig 5 Heat and mass transfer mechanisms during drying of a beetroot disc.

### ۳-۴-۱- شرایط مرزی و اولیه

حرارت منتقل شده به سطح ناشی از انتقال حرارت جابجایی برابر مجموع حرارت منتقل شده به داخل جسم توسط انتقال حرارت رسانش و انرژی مصرف شده برای تبخیر رطوبت روی سطح می باشد؛ بنابراین شرایط مرزی حاکم در سطح بیرونی برابر است با:

$$h(T_a - T_s) = k \frac{\partial T}{\partial r} - D_m \rho_{dm} L_v \frac{\partial m}{\partial r} \quad (\text{رابطه ۷})$$

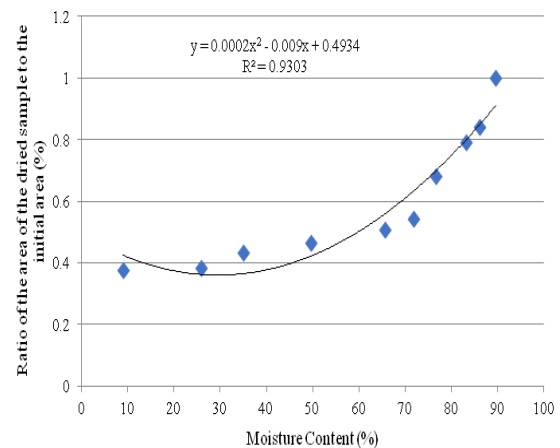


Fig 3 Changes in the surface area of dried beetroot at 60 ° C compared to the initial area.

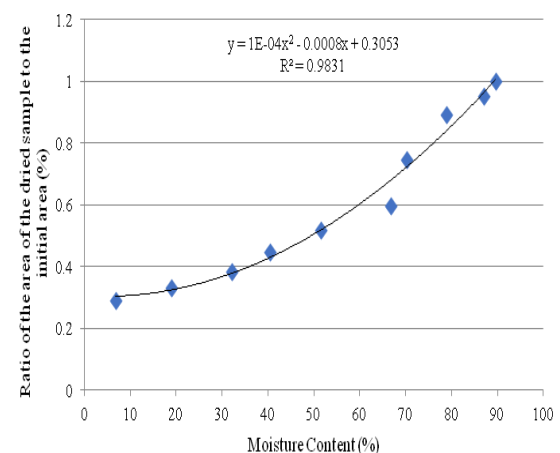


Fig 4 Changes in the surface area of dried beetroot at 70 ° C compared to the initial area.

### ۳-۲- ضریب انتشار حرارت

داده های ضریب انتشار حرارت برای نمونه در دماهای مختلف بر اساس داده های دانسیته (کیلوگرم بر مترمکعب)، گرمای ویژه (ژول بر کیلوگرم کلوین) در فشار ثابت و ضریب هدایت حرارت (وات بر متر کلوین) به دست آمد. مدل ضریب انتشار حرارت برای شبیه سازی خشک کردن نمونه به صورت زیر در نظر گرفته شد:

(رابطه ۶)

$$[\alpha = [0.7171 - 0.0571X_w + 0.107K_w^2 + 7.011 \times 10^{-4} X_w^2 T - 4.99 \times 10^{-6} X_w^2 T^2] \times 10^{-6}]$$

### ۳-۳- ضریب انتقال حرارت سطحی

ضریب انتقال حرارت سطحی در این پژوهش از تعادل انرژی گرمایی بین نمونه و محیط تخمین زده شد [۴۰ و ۴۱]. انتقال حرارت سطحی از محیط به نمونه برابر مجموع انرژی مصرف شده برای گرم شدن نمونه و انرژی مصرف شده برای

همچنین، جهت بررسی استقلال نتایج از گام‌های زمانی، مدت‌زمان در سه گام زمانی با تقسیم‌بندی ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ حل گردید که نتایج تغییرات کمی را نشان داده است (شکل ۷).

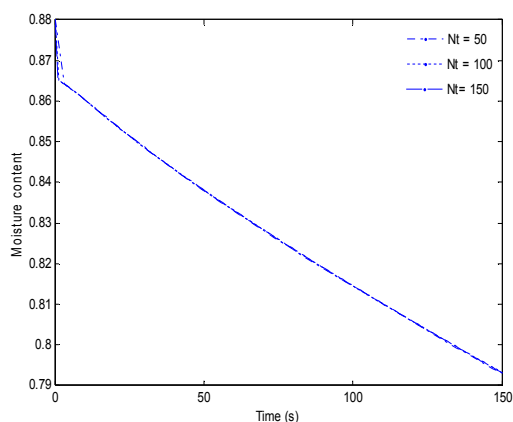


Fig 7 Moisture content changes for different time steps

### ۳-۵- پروفایل محتوای رطوبت شبیه‌سازی شده

پروفیل محتوای رطوبت برای برازش نتایج شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفت. برازش مناسب برای محتوای رطوبت در تمام موارد مشاهده شد (شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰). با این حال در برازش محتوای رطوبت در برخی زمان‌ها در مراحل خشک‌کردن تفاوت اندکی بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج شبیه‌سازی محتوای رطوبت مشاهده شد. احتمال می‌رود دلایل این تفاوت عبارت باشند از: خشک‌کردن یک مسئله مرز متحرک است که در آن تبخیر آب از روی سطح فرآورده در آغاز خشک‌کردن شروع می‌شود و با خروج آب، ناحیه خروج آب به سوی مرکز پیش روی می‌کند و در نتیجه از سطح به مرکز یک ماتریس متخلخل به نام پوسته ایجاد می‌شود؛ به عبارت دیگر با گذشت زمان خشک‌کردن تبخیر آب از مرکز نمونه نیز انجام می‌شود. فرض می‌شود شار بخار آب از نمونه به داخل هوا و در سطح نمونه انتشار می‌یابد. اتصال شار بخار به سطح نمونه ممکن است نتایج را تحت تأثیر قرار دهد. معرفی این عامل در شرایط مرزی می‌تواند به نتیجه بهتر منجر شود. همچنین تفاوت در ویژگی‌های ترموفیزیکی برآورد شده و واقعی نیز بر میزان رطوبت و درصد افت رطوبت تأثیر می‌گذارند. تعیین ویژگی‌های واقعی و شبیه‌سازی فرآیند با این مقادیر نتیجه بهتری ایجاد می‌کند.

که در آن  $L_v$  گرمای نهان تبخیر،  $D_m$  ضریب انتشار رطوبت،  $\rho_m$  دانسیته ماده خشک،  $r$  فاصله شعاعی از لبه نمونه،  $T_s$  دمای نمونه و  $T_a$  دمای محیط است.

که عبارت سمت چپ حرارت منتقل شده ناشی از جابجایی به سطح و جمله اول سمت راست، انتقال حرارت رسانش به داخل جسم و جمله دوم حرارت جذب شده برای تبخیر را نشان می‌دهد. با توجه به تبخیر رطوبت در سطح، جرم در مرز صفر در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به باریک بودن مقطع‌های کناری جسم، از انتقال حرارت از سطوح اطراف صرف نظر شده و عایق فرض می‌شوند. در مرزهای اطراف جسم با فرض تبخیر کامل رطوبت، مقدار آب به صفر می‌رسد. همچنین شرایط اولیه رطوبت و دما عبارت است از:

$$m(x, y, z, 0) = m_0 \quad (\text{رابطه ۸})$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (\text{رابطه ۹})$$

### ۳-۴-۲- استقلال از شبکه

جهت بررسی استقلال از شبکه، معادلات حاکم برای تعداد نقاط ۳۰، ۴۰، ۶۰ و ۸۰ حل گردید و تغییرات رطوبت با زمان مورد مقایسه قرار گرفت. در شکل ۶ اثر تعداد شبکه در محتوای رطوبت نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشخص است با افزایش تعداد نقاط از ۶۰ به ۸۰ اختلاف میان نتایج به کمتر از ۲ درصد رسیده و لذا تمامی نتایج استخراج شده با تعداد نقاط ۶۰ صورت گرفته است.

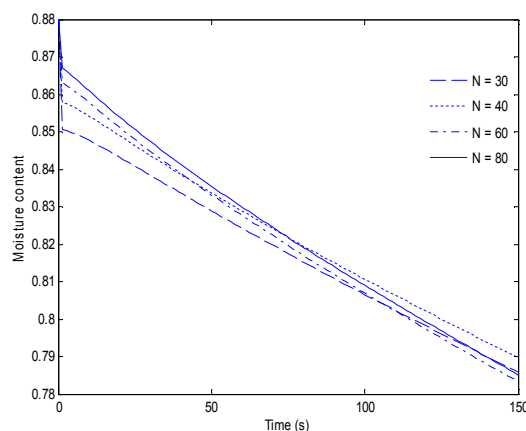


Fig 6 mesh independence



رطوبت سطح نمونه تبخیر می‌شد، بالا بود. با این حال سرعت از دست رفتن رطوبت با افزایش زمان خشک کردن کاهش یافت. مشاهده شد که در دماهای بالاتر هوا نیز سرعت افت رطوبت بیشتر بود.

همان‌گونه که ذکر شد، در پژوهش حاضر مدل با ضریب انتشار متغیر جهت بررسی روند تغییرات انتشار رطوبت استفاده شد. مدل با ضریب انتشار متغیر نسبت به مدل با ضریب انتشار ثابت برازش مناسب‌تری با داده‌های از دست رفتن رطوبت داشت. برازش داده‌های آزمایشگاهی از دست رفتن آب با مدل بر مبنای ضریب انتشار ثابت اغلب مناسب نیست و می‌تواند با تغییر فاز آب طی خشک کردن که بر ویژگی‌های فیزیکی و انتقال آب اثر می‌گذارد، تحت تأثیر قرار گیرد. همچنین، سایر رویدادهای مهم ساختاری دیگر نظیر چروکیدگی، افزایش تخلخل و گسترش پوسته خارجی نیز انتقال آب را در داخل بافت سخت‌تر می‌کند؛ بنابراین اثرات تغییرات ساختاری بر انتقال آب طی خشک کردن توسط مدل با ضریب انتشار متغیر بهتر بیان می‌شود.

در پژوهش‌های بسیاری با رویکردهای مختلف، قانون نفوذ فیک برای توصیف سینتیک از دست رفتن رطوبت در طول خشک کردن به‌طور گسترده استفاده شده است. این قانون یک تصویر ساده در مورد از دست دادن رطوبت طی خشک کردن فراهم می‌کند. تئوری انتشار فرض می‌کند که حرکت مایع از طریق ساختار جامد به‌عنوان یک نتیجه از گرادیان غلظت است. با توجه به محیط گرم‌کننده اطراف، در واقع، آبی که از سطح مواد غذایی تبخیر می‌شود، یک گرادیان انتشار ایجاد می‌کند که آب درونی را به سطح منتقل می‌کند و در نتیجه یک جریان بخار مداوم ایجاد می‌کند. قانون دوم فیک در مورد حالات ناپایا یا به‌طور مداوم در حال تغییر انتشار استفاده می‌شود به‌عنوان مثال هنگامی که غلظت مایع درون حجم انتشار با توجه به زمان در تیغه بی‌نهایت تغییر می‌کند.

### ۳-۶- پروفایل دمای شبیه‌سازی شده

سابقه دمایی سطح نمونه حین خشک کردن تا حدودی به تغییرات دمای مرکز شبیه بود. هیچ درجه حرارت ثابتی مربوط به دوره تبخیر آب مشاهده نشد چراکه به دلیل تماس مستقیم سطوح با هوای گرم، تبخیر سطحی سریع‌تر از آن بود که دما ثابت بماند (شکل‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳).

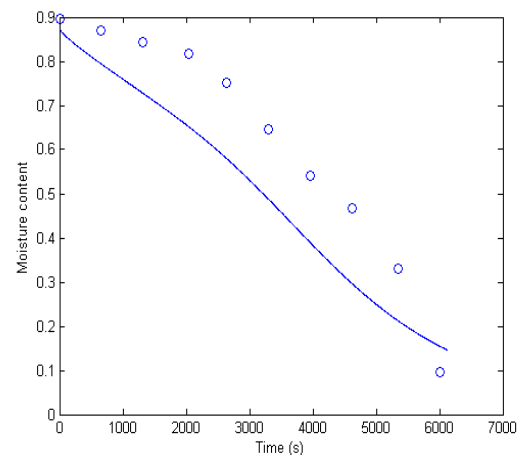


Fig 8 Moisture content changes during drying at 50°C.

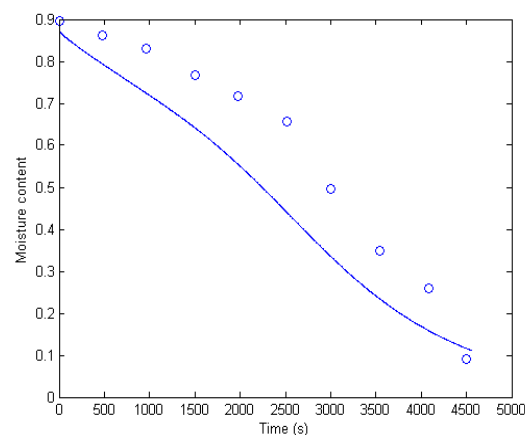


Fig 9 Moisture content changes during drying at 60°C.

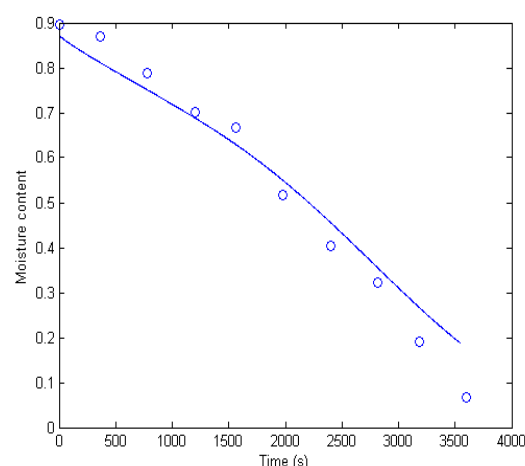


Fig 10 Moisture content changes during drying at 70 °C.

محتوای رطوبت اولیه در نمونه حدود ۸۹ درصد بود. همان‌طور که انتظار می‌رفت، رطوبت حین خشک کردن کاهش یافت. سرعت از دست رفتن رطوبت در ابتدای خشک کردن زمانی که



پروفیل دمای جداگانه سطح و مرکز نمونه برای برازش شبیه‌سازی به نتایج آزمایش مورد استفاده قرار گرفت. برازش مناسب برای دمای سطح تقریباً به دست آمد. در مورد دمای مرکز همان برازش کامل مشاهده نشد. به نظر می‌رسد این فرض که نمونه فاقد هسته بوده و ویژگی‌های ترموفیزیکی پوسته و هسته طی خشک‌کردن مشابه هستند به‌طور دقیق صحیح نیست. پوسته، یک ماتریس متخلخل خشک است که به‌عنوان یک ماده عایق طی خشک‌کردن عمل می‌کند و ویژگی‌های ترموفیزیکی آن با هسته متفاوت است. این مسئله نتیجه شبیه‌سازی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. شبیه‌سازی هر بخش با ویژگی‌های ترموفیزیکی متفاوت اما صحیح عملکرد بهتری در نتیجه ایجاد می‌کند. همچنین طی خشک‌کردن، ممکن است میعان بخار در پروب حرارتی داخل نمونه وجود داشته باشد چراکه دمای پایین‌تری نسبت به نمونه دارند. میعانات به‌صورت عایق عمل می‌کنند و درجه حرارت اندازه‌گیری شده توسط پروب ممکن است کمی با تأخیر درک شده باشد.

فرایند خشک‌کردن توسط انتقال حرارت بین هوای گرم و فرآورده کنترل می‌شود. گرما از طریق دو مقاومت به‌طور سری منتقل می‌شود: لایه هوا و پوسته. مشخصه عمده خشک‌کردن، انتقال حرارت به ماده غذایی با استفاده از هوای داغ است. انتقال حرارت در دو حالت در طول فرایند خشک‌کردن اتفاق می‌افتد: همرفت و هدایت. در ابتدا، حرارت از هوای گرم توسط همرفت به سطح فرآورده منتقل می‌شود. سپس، حرارت از سطح به قسمت داخلی فرآورده توسط هدایت منتقل می‌گردد. هدایت حرارتی به تغییرات در خواص حرارتی مواد غذایی مانند گرمایی ویژه، ضریب هدایت حرارتی و دانسیته بستگی دارد. میزان همرفت حرارت به حالت تبخیر آب که طی خشک‌کردن تغییر می‌کند، مرتبط است. طی مراحل اولیه خشک‌کردن، تبخیر آب افزایش می‌یابد.

#### ۴- نتیجه‌گیری کلی

خشک‌کردن از فرایندهای آماده‌سازی مواد غذایی و نگهداری آن‌ها در سرتاسر جهان تلقی می‌شود. این فرایند یک انتقال همزمان جرم و حرارت است که در آن، رطوبت غذا به حالت بخار از آن خارج شده و گرما جذب می‌شود. طی فرایند خشک‌کردن ویژگی‌های فیزیکی، شیمیایی و حسی غذا مورد تغییر قرار می‌گیرند. مدل ارائه‌شده در زمینه انتقال جرم و

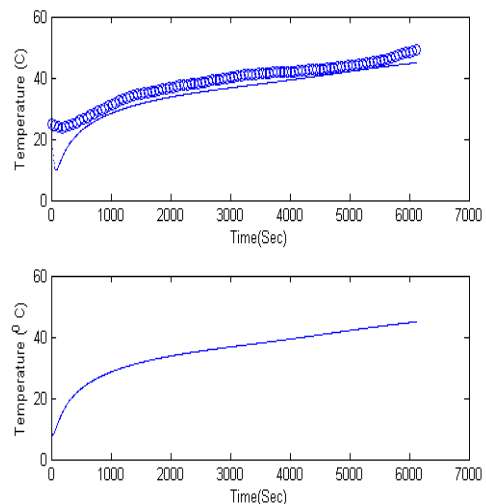


Fig 11 Sample temperature changes during drying at 50 °C

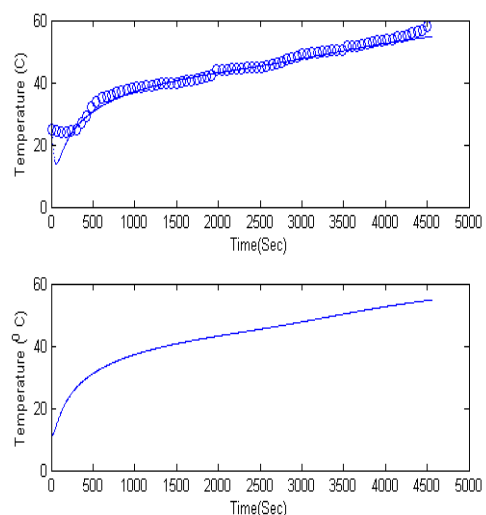


Fig 12 Sample temperature changes during drying at 60 °C.

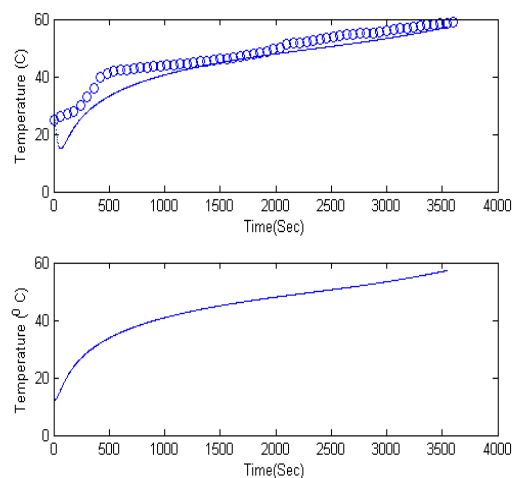


Fig 13 Sample temperature changes during drying at 70 °C.

- [8] Sacilik, K., & Elicin, A. K. (2006). The thin layer drying characteristics of organic apple slices. *Journal of food engineering*, 73(3), 281-289.
- [9] Seiiedlou, S., Ghasemzadeh, H. R., Hamdami, N., Talati, F., & Moghaddam, M. (2010). Convective drying of apple: Mathematical modeling and determination of some quality parameters. *International journal of agriculture and biology*, 12(2), 171-178.
- [10] Zlatanović, I., Komatina, M., & Antonijević, D. (2013). Low-temperature convective drying of apple cubes. *Applied Thermal Engineering*, 53(1), 114-123.
- [11] Babalis, S. J., & Belessiotis, V. G. (2004). Influence of the drying conditions on the drying constants and moisture diffusivity during the thin-layer drying of figs. *Journal of food Engineering*, 65(3), 449-458.
- [12] Pasban, A., Mohebbi, M., Sadrnia, H., & Shahidi, S. A. (2019). Numerical Solution of Mass Transfer Process during Drying of Apple Slices Using Pseudospectral Method. *Journal of Agricultural Machinery*, 9(1), 113-122.
- [13] Margaris, D. P., & Ghiaus, A. G. (2007). Experimental study of hot air dehydration of Sultana grapes. *Journal of Food Engineering*, 79(4), 1115-1121.
- [14] Doymaz, I. (2009). An experimental study on drying of green apples. *Drying technology*, 27(3), 478-485.
- [15] Shahidi, S. A., Ghorbani-HasanSaraei, A., Mohebbi, M., & Motamedzadegan, A. (2016). Kinetics of Reshteh Khoshkar Color Changes During Atmospheric and Vacuum Deep-fat Frying. *International Journal of Engineering*, 29(12), 1670-1676.
- [16] Erbay, Z., & Icier, F. (2010). A review of thin layer drying of foods: theory, modeling, and experimental results. *Critical reviews in food science and nutrition*, 50(5), 441-464.
- [17] Wang, N., & Brennan, J. G. (1995). A mathematical model of simultaneous heat and moisture transfer during drying of potato. *Journal of Food Engineering*, 24(1), 47-60.
- [18] Shahidi, S. A., Mohebbi, M., Motamedzadegan, A., Ziaiiifar, A. M., Abolfazli, E. J., & Mortazavi, S. A. (2013). Evaluation of atmospheric and vacuum frying on properties of deep fat fried reshteh-khoshkar. *Journal of Research and*
- حرارت تا حدود زیادی در پیش‌بینی تغییرات حرارت و جرم موفق بود. پروفیل محتوای رطوبت برای برازش نتایج شبیه‌سازی به داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفت. برازش مناسب برای محتوای رطوبت در تمام موارد مشاهده شد. در پژوهش حاضر مدل با ضریب انتشار متغیر جهت بررسی روند تغییرات انتشار رطوبت استفاده شد. مدل با ضریب انتشار متغیر نسبت به مدل با ضریب انتشار ثابت برازش مناسب‌تری با داده‌های از دست رفتن رطوبت داشت.
- ### ۵- منابع
- [1] Stintzing, F. C., & Carle, R. (2004). Functional properties of anthocyanins and betalains in plants, food, and in human nutrition. *Trends in food science & technology*, 15(1), 19-38.
- [2] Kaur, C., & Kapoor, H. C. (2002). Anti - oxidant activity and total phenolic content of some Asian vegetables. *International Journal of Food Science & Technology*, 37(2), 153-161.
- [3] Delgado-Vargas, F., Jiménez, A. R., & Paredes-López, O. (2000). Natural pigments: carotenoids, anthocyanins, and betalains—characteristics, biosynthesis, processing, and stability. *Critical reviews in food science and nutrition*, 40(3), 173-289.
- [4] Tzempelikos, D. A., Mitrakos, D., Vouros, A. P., Bardakas, A. V., Filios, A. E., & Margaris, D. P. (2015). Numerical modeling of heat and mass transfer during convective drying of cylindrical quince slices. *Journal of Food Engineering*, 156, 10-21.
- [5] Hamzeh, S., Motamedzadegan, A., Shahidi, S. A., Ahmadi, M., & Regenstein, J. M. (2019). Effects of drying condition on physico-chemical properties of foam-mat dried shrimp powder. *Journal of Aquatic Food Product Technology*, 28(7), 794-805.
- [6] Velić, D., Planinić, M., Tomas, S., & Bilić, M. (2004). Influence of airflow velocity on kinetics of convection apple drying. *Journal of Food Engineering*, 64(1), 97-102.
- [7] Roshani, S., Shahidi, S. A., Ghorbani-HasanSaraei, A., & Raeisi, S. N. (2020). Phytochemical content, physicochemical and microstructural properties of apple powder as affected by drying method. *Latin American Applied Research-An international journal*, 51(1), 27-35.

- flow. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 56(5), 379-405.
- [29] Lamnatou, C., Papanicolaou, E., Belessiotis, V., & Kyriakis, N. (2010). Finite-volume modelling of heat and mass transfer during convective drying of porous bodies—Non-conjugate and conjugate formulations involving the aerodynamic effects. *Renewable Energy*, 35(7), 1391-1402.
- [30] Marra, F., De Bonis, M. V., & Ruocco, G. (2010). Combined microwaves and convection heating: a conjugate approach. *Journal of Food Engineering*, 97(1), 31-39.
- [31] Curcio, S. (2010). A multiphase model to analyze transport phenomena in food drying processes. *Drying Technology*, 28(6), 773-785.
- [32] Halder, A., & Datta, A. K. (2012). Surface heat and mass transfer coefficients for multiphase porous media transport models with rapid evaporation. *Food and Bioprocess Processing*, 90(3), 475-490.
- [33] Sabarez, H. T. (2012). Computational modelling of the transport phenomena occurring during convective drying of prunes. *Journal of food engineering*, 111(2), 279-288.
- [34] Kurnia, J. C., Sasmito, A. P., Tong, W., & Mujumdar, A. S. (2013). Energy-efficient thermal drying using impinging-jets with time-varying heat input—a computational study. *Journal of food engineering*, 114(2), 269-277.
- [35] Yadollahinia, A., Latifi, A., & Mahdavi, R. (2009). New method for determination of potato slice shrinkage during drying. *Computers and electronics in agriculture*, 65(2), 268-274.
- [36] Yan, Z., Sousa-Gallagher, M. J., & Oliveira, F. A. (2008). Shrinkage and porosity of banana, pineapple and mango slices during air-drying. *Journal of food engineering*, 84(3), 430-440.
- [37] Moreira, R., Castell-Perez, M. E., & Barrufet, M. A. (2004). *Deep fat frying*. Maryland: Aspen Publishers, Inc.
- [38] Moyano, P. C., & Berna, A. Z. (2002). Modeling water loss during frying of potato strips: effect of solute impregnation. *Drying Technology*, 20(7), 1303-1318.
- [39] Troncoso, E., & Pedreschi, F. (2009). Modeling water loss and oil uptake during vacuum frying of pre-treated potato. *Innovation in Food Science and Technology*, 2(2), 179-192.
- [19] Aregawi, W., Defraeye, T., Saneinejad, S., Vontobel, P., Lehmann, E., Carmeliet, J., ... & Nicolai, B. (2014). Understanding forced convective drying of apple tissue: Combining neutron radiography and numerical modelling. *Innovative food science & emerging technologies*, 24, 97-105.
- [20] Bahmani, A., Jafari, S. M., Shahidi, S. A., & Dehnad, D. (2016). Mass transfer kinetics of eggplant during osmotic dehydration by neural networks. *Journal of food processing and preservation*, 40(5), 815-827.
- [21] Hamzeh, S., Motamedzadegan, A., Shahidi, S.A., Ahmadi, M. and Regenstein, J. (2019). Experimental study on foam mat drying of shrimp meat and evaluation of thin-layer drying models. *Food Science and Technology*, 16(92), 73-87.
- [22] Datta, A. K. (2007). Porous media approaches to studying simultaneous heat and mass transfer in food processes. I: Problem formulations. *Journal of food engineering*, 80(1), 80-95.
- [23] Zhang, J., & Datta, A. K. (2004). Some considerations in modeling of moisture transport in heating of hygroscopic materials. *Drying Technology*, 22(8), 1983-2008.
- [24] Pasban, A., Sadrnia, H., Mohebbi, M., & Shahidi, S. A. (2017). Spectral method for simulating 3D heat and mass transfer during drying of apple slices. *Journal of Food Engineering*, 212, 201-212.
- [25] Defraeye, T. (2014). Advanced computational modelling for drying processes—A review. *Applied Energy*, 131, 323-344.
- [26] De Bonis, M. V., & Ruocco, G. (2008). A generalized conjugate model for forced convection drying based on an evaporative kinetics. *Journal of Food Engineering*, 89(2), 232-240.
- [27] Curcio, S., Aversa, M., Calabrò, V., & Iorio, G. (2008). Simulation of food drying: FEM analysis and experimental validation. *Journal of Food Engineering*, 87(4), 541-553.
- [28] Lamnatou, C., Papanicolaou, E., Belessiotis, V., & Kyriakis, N. (2009). Conjugate heat and mass transfer from a drying rectangular cylinder in confined air

- [42] Adedeji, A. A., Ngadi, M. O., & Raghavan, G. S. V. (2009). Kinetics of mass transfer in microwave precooked and deep-fat fried chicken nuggets. *Journal of food Engineering*, 91(1), 146-153.
- [43] Rahman, M. S. (Ed.). (2009). *Food properties handbook*. CRC press.
- [44] Madamba, P. S., Driscoll, R. H., & Buckle, K. A. (1994). Shrinkage, density and porosity of garlic during drying. *Journal of Food Engineering*, 23(3), 309-319.
- slices. *LWT-Food Science and Technology*, 42(6), 1164-1173.
- [40] Farinu, A., & Baik, O. D. (2007). Heat transfer coefficients during deep fat frying of sweetpotato: effects of product size and oil temperature. *Food Research International*, 40(8), 989-994.
- [41] Farinu, A., & Baik, O. D. (2008). Convective mass transfer coefficients in finite element simulations of deep fat frying of sweetpotato. *Journal of food engineering*, 89(2), 187-194.



## Scientific Research

## Heat and moisture transfer and shrinkage simulation of beetroot (*Beta vulgaris*) drying

Maghsoudlou Kamali, D. <sup>1</sup>, Esmaeili, Gh. <sup>2</sup>, Shahidi, S. A. <sup>3\*</sup>, Maghsoudlou Kamali, D. <sup>4</sup>

1. Department of Mechanics, Ayatollah Amoli Branch, Islamic Azad University, Amol, Iran Amol, Iran.

2. Faculty of Engineering, Amol University of Special Modern Technologies, Amol, Iran.

3. Associate Professor, Department of Food Science and Technology, Islamic Azad University, Ayatollah Amoli Branch, Amol, Iran.

4. Department of Food Science and Technology, Islamic Azad University, Ayatollah Amoli Branch, Amol, Iran.

ARTICLE INFO	ABSTRACT
<p><b>Article History:</b></p> <p>Received 2021/ 01/ 11 Accepted 2021/ 04/ 07</p> <hr/> <p><b>Keywords:</b></p> <p>Beetroot, Finite Difference, Heat Transfer, Mass Transfer, Shrinkage.</p> <hr/> <p><b>DOI:</b> 10.52547/fsc.t.18.05.22</p> <p>*Corresponding Author E-Mail: sashahidy@yahoo.com</p>	<p>Drying is an important method of preservation of wet materials and is applicable to a wide range of industrial and agricultural products. Dried products have limited deterioration rates, due to the low water activity, are easily transported and stored because of the reduced volume, and have no need of refrigeration, representing energy economy. The purpose of the present study was to develop a model to describe the heat and mass transfer during the drying of beetroot. Temperature, moisture content, and shrinkage of a beetroot disc were simulated during drying at three different air temperatures (50, 60, and 70 °C). Simultaneous heat and moisture diffusion equations were solved along with convective boundary conditions, using a simulation language, MATLAB, based on finite difference technique. Shrinkage, variable thermal properties and moisture diffusivity were considered in the simulation. The simulated results matched satisfactorily with measured temperature and moisture content of the beetroot during drying.</p>